

Mecánica del Continuo

Tarea 12 — Entrega 24 de junio de 2016

Profesor: Rodrigo Soto
Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

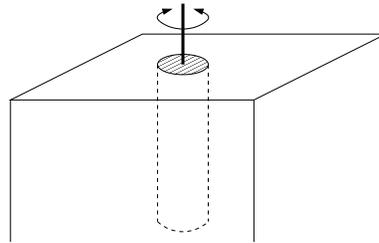
1. Reflexión de ondas elásticas.

Considere una onda elástica longitudinal monocromática que se propaga en un medio semiinfinito que termina en $x = 0$. El vector de onda tiene componentes $\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y}$, y no tiene componentes según \hat{z} . Al llegar al borde libre se refleja en dos ondas, una longitudinal y otra transversal, con componentes del vector desplazamiento $\vec{u} = u_x \hat{x} + u_y \hat{y}$.

Usando las condiciones de borde en el borde libre, calcule las amplitudes de las dos ondas reflejadas.

2. Ondas elásticas.

A un sólido elástico infinito se le reemplaza un cilindro de largo infinito y radio R por un material infinitamente rígido que está unido al resto del sólido. Mediante algún mecanismo se hace oscilar este cilindro con una frecuencia ω y con ángulo máximo de giro ϕ_0 .

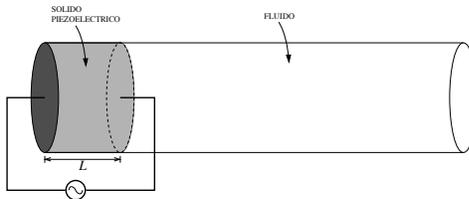


Encuentre el campo de deformaciones en todo el espacio.

P1 Algunos sólidos son piezoeléctricos, lo que significa que al aplicarles un campo eléctrico éstos se dilatan. En el caso de un sólido que se dilata homogéneamente en una dirección, manteniendo las otras longitudes constantes, se obtiene la siguiente relación que modifica la ley de Hooke

$$u_{zz} = \sigma_{zz}/Y + \gamma E_z \quad (1)$$

donde z es la dirección de elongación, Y es el módulo de Young, E_z es el campo eléctrico impuesto y γ es la constante de acoplamiento piezoeléctrico.



Los piezoeléctricos son usados como transductores para generar sonido. Considere la geometría de la figura donde se tiene un piezoeléctrico de largo L , fijo en el extremo izquierdo y en su manto circular. El lado libre está en contacto con un fluido semiinfinito, de densidad ρ_0 y velocidad del sonido c .

Considere que se aplica un campo eléctrico oscilatorio $E_0 e^{-i\omega t}$, donde la frecuencia es suficientemente baja de manera que la longitud de onda en el sólido es mucho mayor que L . De esta forma se puede suponer que la deformación de éste es homogénea. Imponga que en el fluido se genera una onda plana hacia la derecha: $\phi = A e^{i(kx - \omega t)}$.

- Describa las condiciones de borde que debe imponer entre el sólido y el fluido.
- Determine la amplitud del potencial acústico A .
- Haga un bosquejo del flujo de energía inyectada, que para simplificar es proporcional a $J_e \sim \omega |\phi(\omega)|^2$ y muestre que tiene un máximo para una frecuencia dada. No es necesario que determine la frecuencia del máximo.

IND:

- Para estudiar las propiedades del sólido, desprecie su inercia, de manera que siempre se cumple la relación (1).
- Para efectos prácticos desprecie toda dependencia en r de la deformación del sólido y de las ondas en el fluido.