



Departamento de Física – FCFM

Universidad de Chile

PROF. PATRICIO CORDERO

AUXILIARES: SERGIO COFRÉ Y CAMILA SANDIVARI

Mecánica

FI2001-5

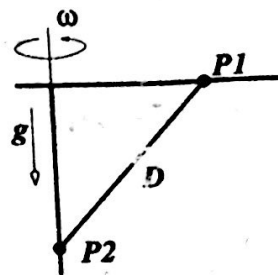
Ejercicio No.9

8 agosto 2016

Duración: 0:50 hr

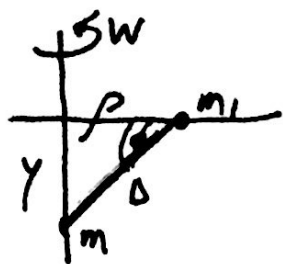
Durante el Ejercicio no se puede tener aparatos electrónicos a mano.

Se tiene dos partículas $P1$ y $P2$ —ambas de masa m — unidas por un hilo de largo D . La primera puede tan solo deslizar por un eje que está barriendo un plano horizontal con velocidad angular constante ω y la segunda solo puede deslizar por un eje fijo vertical (paralelo a la aceleración de gravedad g).



Escriba el lagrangeano L de este sistema de dos partículas y las ecuaciones de Euler-Lagrange asociadas.

Resuelva estas ecuaciones.



$$\vec{r}_1 = \rho \hat{\rho} \rightarrow \vec{v}_1 = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} \hat{\phi} = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \omega \hat{\phi}$$

$$\vec{r}_2 = y \hat{y}$$

$$K = \frac{1}{2} m (\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\phi}^2) + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 \quad (1.0)$$

$$\rho = \Delta \cos \phi \quad ; \quad y = -\Delta \sin \phi \quad \phi \in [0, \pi/2]$$

$$\dot{\rho} = -\Delta \sin \phi \dot{\phi} \quad ; \quad \dot{y} = -\Delta \cos \phi \dot{\phi}$$

Pauta Ejercicio 9

Prof: Patricio Cordero.

Aux: Sergio Cotré.

Marzo 2016.

$$\rightarrow \frac{1}{2} m (\dot{\phi}^2 (\Delta^2 \sin^2 \phi) + (\Delta^2 \cos^2 \phi) \omega^2) + \frac{1}{2} m \Delta^2 \cos^2 \phi \dot{\phi}^2 = T$$

$$\rightarrow T = \frac{1}{2} m \Delta^2 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m \Delta^2 \omega \cos^2 \phi = \frac{1}{2} m \Delta^2 (\dot{\phi}^2 + \omega \cos^2 \phi)$$

$$V = mgy = -mg \Delta \sin \phi \quad (1.0)$$

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2} m \Delta^2 (\dot{\phi}^2 + \omega \cos^2 \phi) + mg \Delta \sin \phi = \mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}) \quad (1.0)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \quad (1.0)$$

$$\dot{\phi}^2 = E + \frac{\omega}{4} \cos(2\phi) + \frac{g}{B}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = m \Delta^2 \dot{\phi} \rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \right) = m \Delta^2 \ddot{\phi} \quad (0.5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = -m \Delta^2 \omega \cos \phi \cdot \sin \phi + mg \Delta \cos \phi \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow m \Delta^2 \ddot{\phi} + m \Delta^2 \omega \cos \phi \sin \phi - mg \Delta \cos \phi = 0$$

$$\ddot{\phi} + \frac{\omega}{2} \sin(2\phi) - \frac{g}{\Delta} \cos \phi = 0. \quad / \cdot \dot{\phi} / \int dt.$$

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{\omega}{4} \cos(2\phi) + \frac{g}{B} \sin \phi = C \quad (1.0)$$