

sol. parcial de P2

Mientras 2 se mantenga quieta $\vec{r}_1 = R\hat{\rho}$ por lo que $\vec{v}_1 = R\dot{\phi}\hat{\phi}$, mientras que $\vec{r}_2 = 0$. El momento angular del sistema el $\vec{\ell}_O = m_1 R^2 \dot{\phi} \hat{k}$. El torque proviene del peso: $\vec{\tau} = R\hat{\rho} \times (m_1 g)(\hat{\phi} \sin \phi - \hat{\rho} \cos \phi) = R m_1 g \sin \phi \hat{k}$. De lo anterior se obtiene que

$$\ddot{\phi} = \frac{g}{R} \sin \phi \quad (a)$$

que es trivial de integrar una vez usando las condiciones iniciales, si previamente se multiplica por $\dot{\phi}$:

$$\dot{\phi}^2 = \frac{2g}{R} (1 - \cos \phi) \quad (b)$$

La posición del centro de masa mientras 2 no se despegue, es,

$$\vec{R}_G = \frac{m_1 R}{M} \hat{\rho} \Rightarrow \dot{\vec{R}}_G = \frac{m_1 R}{M} \dot{\phi} \hat{\phi}$$

De aquí que

$$\ddot{\vec{R}}_G = \frac{m_1 R}{M} (\ddot{\phi} \hat{\phi} - \dot{\phi}^2 \hat{\rho})$$

Se puede usar (a) y (b) para eliminar $\ddot{\phi}$ y $\dot{\phi}$ de la última expresión.

Por otro lado $M\ddot{\vec{R}}_G$ debe ser igualado con la fuerza total: $M\vec{g} + \vec{F}$ donde $\vec{F} = F_v \hat{i} + F_h \hat{j}$ es la fuerza del punto de apoyo sobre la vara. Tiene componente vertical F_v y componente horizontal F_h .

Al tomar la componente vertical de la ecuación de movimiento y eliminando $\ddot{\phi}$ y $\dot{\phi}$ se obtiene que

$$F_v = (3m_1 \cos^2 \phi - 2m_1 \cos \phi + m_2) g$$

En el instante inicial $\phi = 0$ y se tiene $F_v(0) = Mg$ que es lo esperable.

Si se resuelve $\cos \phi$ al imponer $F_v = 0$ se obtiene

$$\cos \phi = \frac{1}{3} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{3m_2}{m_1}} \right)$$

de donde se ve que si $3m_2 > m_1$ la igualdad anterior es irrealizable, es decir, m_2 nunca se despegue. Se puede continuar sacando una seguidilla de consecuencias.