

Clase Auxiliar # 4

Auxiliares: Sergio Cofré & Camila Sandivari

Fecha: 1 de abril de 2016

■ Coordenadas Cilíndricas:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \rho \hat{\rho} + z \hat{k} \\ \vec{v} &= \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} \hat{\phi} + \dot{z} \hat{k} \\ \vec{a} &= (\ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2) \hat{\rho} + (2\dot{\rho} \dot{\phi} + \rho \ddot{\phi}) \hat{\phi}\end{aligned}$$

■ Torque y Momentum

$$\begin{aligned}\vec{p} &= m\vec{v} \\ \vec{l}_0 &= \sum \vec{r} \times \vec{p} \\ \vec{\tau} &= \sum \vec{r} \times \vec{F}_{ext} \\ \frac{d\vec{l}_0}{dt} &= \vec{\tau}_0\end{aligned}$$

Problemas

1. Un anillo de masa m desciende, debido a su propio peso, por un alambre de forma helicoidal de radio R_0 y paso tal que

$$z = h - \phi R_1$$

No hay roce anillo-alambre pero sí hay roce viscoso: el anillo es frenado por un roce viscoso lineal $F_{RVL} = c\vec{v}$.

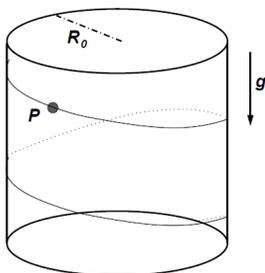
La condición inicial es:

$$\phi(0) = 0, z(0) = h, \dot{\phi}(0) = 0$$

y la aceleración de gravedad es g .

- Obtenga el vector unitario tangente \hat{t} de la trayectoria y la expresión más general posible para la fuerza normal \vec{N} .
- Descomponga la ecuación (vectorial) de movimiento en ecuaciones escalares.
- De las ecuaciones anteriores obtenga la forma explícita de $\omega(t)\dot{\phi}(t)$ en función de los datos: m, R_0, R_1, c y g .

Obtenga $\phi(t)$ y escriba la fuerza normal en función de los datos.



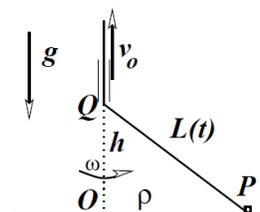
Problema 1

2. Una partícula de masa m desliza girando, sin roce, sobre una superficie horizontal. La partícula está atada a una cuerda ideal cuyo otro extremo pasa por un orificio Q ubicado a una altura h sobre la superficie. El punto en la superficie — justo bajo Q — lo llamamos O . La cuerda es recogida a través del orificio Q a una tasa constante v_0 , esto es, $\frac{dL(t)}{dt} = -v_0$.

Es dato que $\rho(0) = \rho_0$ y que la velocidad angular de la partícula en $t = 0$ es $\omega(0) = \omega_0$, donde $\rho(t)$ es la distancia OP en cada instante t .

Se pide determinar el valor ρ_D en el que la partícula se despegue de la superficie. Para esto se sugiere el siguiente procedimiento:

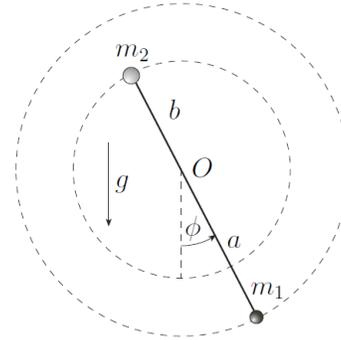
- Establezca las relaciones cinemática que ligan a $\dot{\rho}$ con ρ y v_0 , y a $\ddot{\rho}$ con ρ y v_0 .
- Escriba aquellas componentes de la ecuación de movimiento tal que en una aparece la magnitud N de la fuerza normal y en otra aparece la magnitud de la tensión T de la cuerda.
- Utilice lo encontrado en (a) y lo que sabe de momento angular para expresar la magnitud $T(\rho)$ de la tensión.
- Imponga la condición de despegue sobre la normal y determine ρ_D .



Problema 2

3. Una barra rígida ideal sin masa de largo $L = a + b$ puede girar en un plano vertical en torno a un punto fijo O que separa a la barra en un brazo de largo a y otro de largo b . En los extremos de la barra hay partículas de masas m_1 y m_2 .

- Determine el momento angular y el torque, con respecto a O , del sistema.
- De lo anterior obtenga la ecuación dinámica para el ángulo ϕ , e intégreala una vez.
- Si el sistema es soltado desde el reposo con $\phi \approx 0$, ¿Este se acerca o se aleja de $\phi = 0$?



Problema 3