



Aux 10 P5

- P5.** Suponga que se ha perforado de polo a polo un orificio a través de la tierra. Un cuerpo es soltado desde una de las bocas del orificio. Calcule el tiempo que tardaría el cuerpo en volver a su punto de partida por efecto de la gravedad terrestre.

Indicación: considere la tierra como una esfera de densidad uniforme ρ

Tomaremos la masa como un punto en el centro del planeta que depende de la distancia a la que se encuentra el objeto del punto de partida. Dado que la fuerza gravitatoria es la única que afecta al cuerpo, se tiene que $-F_G = -\frac{GM(r)m}{r^2} = ma$, con r variable, y notando que la masa que ejerce fuerza sobre el cuerpo es solo la que se encuentra entre el cuerpo y el centro, $M(r) = \rho V = \rho \frac{4\pi r^3}{3}$. Sigue que $ma = -\frac{4G\rho r^3 m}{3r^2}$, usando r como la variable x y a como \ddot{x} : entonces $\ddot{x} = -\left(\frac{4G\rho\pi m}{3m}\right)x = -\left(\frac{k}{m}\right)x$ con $k = \frac{4G\rho\pi m}{3}$. Esto es un movimiento armónico simple, sigue que $w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4G\rho\pi}{3}}$ sigue que el período $T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4G\rho\pi}{3}}} = \sqrt{\frac{3\pi}{4G\rho}}$.