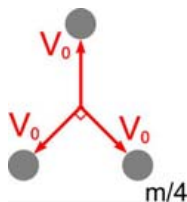


Aux 9 P1

- P1.** Un petardo de masa m , inicialmente en reposo, explota dividiéndose en tres pedazos más pequeños. Inmediatamente después de la explosión, las tres masas se mueven con la misma rapidez V_0 y dos de ellas lo hacen en dirección perpendicular entre sí. Si la masa de una de estas partículas es $m/4$, determine las masas de las otras partículas.



Solución: Primero notemos que dado que antes de la explosión la masa m está en reposo, entonces el momentum inicial $\vec{p}_i = 0$. Después de la explosión, sea α el ángulo entre el punto de origen donde se encontraba la masa m inicialmente y la recta entre la masa izquierda (m_{izq}) y masa derecha ($m/4$), podemos ver que en el eje x (denotado $\hat{i}$) y en el eje y (denotado $\hat{j}$) se tiene que:

$$p_i = -m_{izq}V_0\cos(\alpha) + \frac{m}{4}V_0\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)(1)$$

$$p_j = m_{sup}V_0 - m_{izq}V_0\sin(\alpha) - \frac{m}{4}V_0\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)(2)$$

$$\text{Además, } m_{sup} + m_{izq} + \frac{m}{4} = m \rightarrow m_{sup} + m_{izq} = \frac{3m}{4}(3)$$

Por identidad trigonométrica: $p_i = -m_{izq}V_0\cos(\alpha) + \frac{m}{4}V_0\sin(\alpha)$ y usando conservación de momentum

$$p_i = 0 \rightarrow m_{izq} = \frac{m\sin(\alpha)}{4\cos(\alpha)}$$

De igual modo, en $\hat{j}$: $p_j = m_{sup}V_0 - m_{izq}V_0\sin(\alpha) - \frac{m}{4}V_0\cos(\alpha)$ y usando conservación de momentum

$$p_j = 0 \rightarrow m_{sup}V_0 - m_{izq}V_0\sin(\alpha) - \frac{m}{4}V_0\cos(\alpha) = 0 \text{ reemplazando } m_{izq} \text{ obtenemos que}$$

$$m_{sup} = \frac{m(\sin^2(\alpha) + \cos^2\alpha)}{4\cos(\alpha)} = \frac{m}{4\cos(\alpha)}$$

$$\text{Reemplazando } m_{izq} \text{ y } m_{der} \text{ en (3): } \frac{mV_0\sin(\alpha)}{4\cos(\alpha)} + \frac{m}{4\cos(\alpha)} = \frac{3m}{4} \rightarrow \frac{\sin(\alpha)+1}{\cos(\alpha)} = 3 \rightarrow \sin(\alpha) + 1 = 3\cos(\alpha)$$

elevando ambos lados al cuadrado:

$$\sin^2(\alpha) + 2\sin(\alpha) + 1 = 9\cos^2(\alpha) = 9(1 - \sin^2(\alpha)) \rightarrow 10\sin^2(\alpha) + 2\sin(\alpha) - 8 = 0 \rightarrow \sin^2(\alpha) + \frac{\sin(\alpha)}{5} - \frac{4}{5}$$

Resolviendo la ecuación cuadrática: $\sin(\alpha) = \frac{-\frac{1}{5} \pm \sqrt{\frac{1}{25} - 4\frac{4}{5}}}{2} = \frac{-1}{10} \pm \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{-1}{10} \pm \frac{9}{10}$ que nos entrega como

soluciones $\sin(\alpha) = -1$ lo cual no es posible para el triángulo dado y $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$ que es la solución que usaremos. De esto último $\cos(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha) = \frac{3}{5}$ reemplazando en m_{izq} y m_{sup} se tiene finalmente que

$$m_{izq} = \frac{m}{3} \text{ y } m_{der} = \frac{5m}{12}.$$