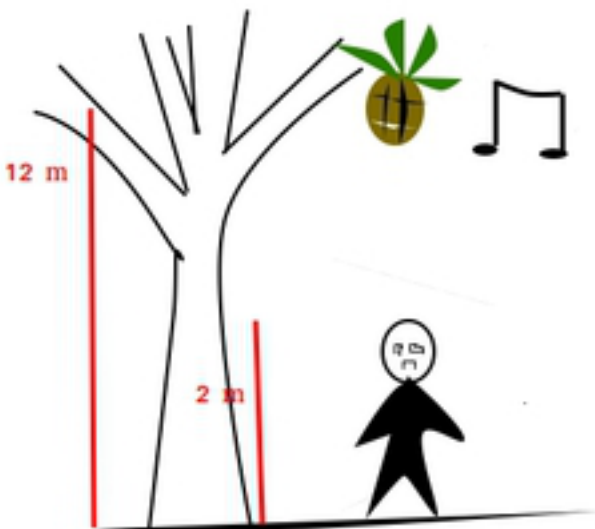


Pauta C1 P3
Autor: Andrés Olivares



Notar que:

- Tiempo de reacción: $t_R = \frac{1}{7}[s]$
- $H_{arbol} = 12[m]$ y $H_{persona} = 10[m]$
- $h = H_{arbol} - H_{persona} = 10[m]$
- $v_{sonido} = v_s = 350[\frac{m}{s}]$

a)

Tomando como eje de referencia la cabeza de la persona:

La ecuación para la posición de la piña en función del tiempo es $Y_p(t) = h - \frac{gt^2}{2}$.

Para el sonido, el cual no es afectado por la gravedad $Y_s(t) = h - v_s t$.

Para el tiempo de impacto piña-persona, se tiene que $Y_p(t_{imp}) = 0 \rightarrow t_{imp} = \pm \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow t_{imp} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
(nos quedamos con el signo positivo). Numéricamente $t_{imp} = \sqrt{2}[s] \approx 1,4[s]$ (1.0 pt)

El sonido tarda en llegar a la persona un tiempo t_{ims} tal que $Y_s(t_{ims}) = 0 \rightarrow t_{ims} = \frac{h}{v_s}$.

Numéricamente $t_{ims} = \frac{1}{35}[s]$. Por otro lado el tiempo que transcurre desde el inicio hasta que la persona se da cuenta de su situación y puede actuar(pues escucha el sonido) es la suma del sonido con su tiempo de reacción:

$$t_{trans} = t_{ims} + t_R = \frac{1}{7} + \frac{1}{35} = \frac{6}{35} \approx 0,17[s] \quad (1.0 \text{ pt})$$

Finalmente el tiempo que tiene la persona para moverse en total será el tiempo que tarda en darse cuenta de su situación con el tiempo que tiene para moverse una vez se da cuenta de esto, como el tiempo de impacto es el tiempo total que se tiene obtenemos. $t_{max} = t_{imp} - t_{trans} \approx 1,4 - 0,17 = 1,23[s]$ (la aproximación podía variar en 1 decimal) (1.0 pt)

b)

Como $t_{max} = t_{imp} - t_{trans}$ máximo tiempo que tiene la persona en moverse, esta no tendrá tiempo para salvarse del impacto si $t_{max} = 0 \rightarrow t_{imp} = t_{trans}$. Luego, sea H_{min} la mínima altura para que la persona no tenga tiempo de moverse, entonces, reemplazando en la ecuación de caída de la piña, esta debería caer en un tiempo t_{trans} .

$$Y_p = 0 = H_{min} - \frac{gt_{trans}^2}{2} \rightarrow H_{min} = \frac{g}{2} \left(\frac{H_{min}}{350} + \frac{1}{7} \right)^2 \quad (1.0 \text{ pt})$$

Nota: para esta parte muchas personas se olvidaron de que el tiempo que tarda el sonido en llegar $\frac{H_{min}}{350}$ depende efectivamente de la distancia y no es constante (la mayoría uso el tiempo calculado anteriormente).

Si nos damos cuenta de que para $H = 12[m]$ la persona tiene tiempo de moverse y que $t_s \approx 0,17[s]$ para este caso, es lógico que se necesita una altura menor para que la persona no tenga tiempo para moverse, es decir, el nuevo $t_s 0$, de hecho como el término debe elevarse al cuadrado, este se hará aún más pequeño.

Luego $H_{min} \approx \frac{g}{2}(\frac{1}{7})^2 = \frac{10}{2} \frac{1}{49} \frac{5}{50} = 0,1[m] = 10[cm]$ con respecto a la persona, $2,1[m]$ con respecto al piso. (1.0 pt)

Nota: hubo personas que usaron el camino largo de despejar a partir de los tiempos y obtuvieron una cuadrática, pese a que también se llega al resultado de aquella forma es mucho más desarrollo y es difícil obtener una aproximación a partir de las raíces que aparecen usando ese método.

c)

No, dado que el tiempo de reacción es mucho mayor al tiempo de retardo del sonido para ambos casos, específicamente en b) es despreciable, mientras que en a) el tiempo de reacción es 5 veces el del sonido, es decir, t_s es un 20 % de t_R . Una respuesta más completa consiste en comparar para diferentes distancias buscando el punto en que comienza a ser significativo el tiempo que tarda en llegar el sonido, pues para grandes distancias es claro que en algún momento llegará incluso a ser mayor que el tiempo de reacción mientras que a las distancias que trabajamos en el problema es despreciable. (1.0 pt)

Nota: muchas de las personas que tuvieron mala esta pregunta no razonaron matemáticamente según las distancias, sino que expresaron que los seres humanos no podemos movernos en un segundo u otros argumentos similares que no tienen relación con la comparación matemática que se pide.