Guía Control 1

Martes 29 de Marzo 2016

Con el fin de organizar esta guía según la dificultad de los problemas se procurará usar una distinción simbólica según el objetivo del ejercicio:

- $\diamondsuit$ Aplicación de conceptos básicos (fórmulas, álgebra y geometría).
- $\diamondsuit\diamondsuit$ Lo anterior y planteamiento del enunciado.
- $\spadesuit$ Ejercicios de control que incluyen todo lo anterior.
- $\clubsuit$ Ejercicio inusualmente difícil para un control.

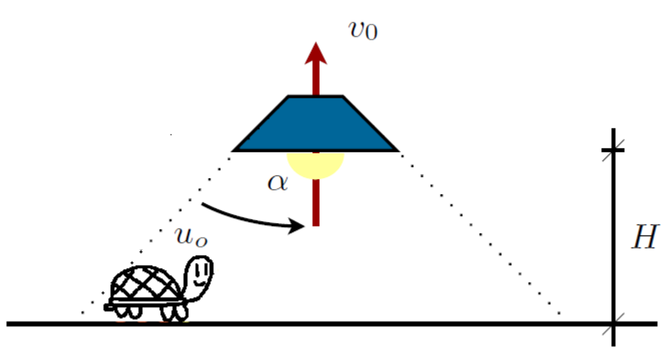
Problemas:

1. $\diamondsuit$ Una persona, caminando con velocidad u, pasea a su perro. En cierto momento, el amo percibe que a una distancia D más adelante, hay una pelota. El amo suelta entonces a su perro, el que corre hacia la pelota y la recoge, e inmediatamente se devuelve hacia su amo, quien se ha mantenido caminando al mismo ritmo sin llegar a la posición inicial de la pelota. Al momento de recoger la pelota, el perro debe girar, proceso en el que demora un tiempo T. El perro corre con velocidad v (rapidez v) constante.

   a) Grafique esta situación (x v/s t) para el perro y su amo.

   b) Determine la distancia recorrida por el amo desde que suelta al perro hasta que lo recibe de regreso.

2. $\spadesuit$ Una ampolleta con su pantalla se desplaza con una velocidad v_o en la dirección vertical, como se indica en la figura. Una tortuga se desplaza a lo largo de una recta horizontal con una rapidez constante u_o. En el instante $t = 0$, la tortuga se encuentra en un extremo de la zona iluminada y la ampolleta se encuentra a altura H respecto del piso, ¿Cuánto tarda en salir de la zona iluminada? ¿Existe la posibilidad de que quede atrapada en la zona iluminada sin poder salir?

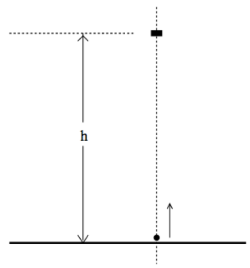


3. $\diamondsuit\diamondsuit$ Desde una altura h con respecto al suelo se deja caer, por efecto de la gravedad terrestre un bloque B. Simultáneamente es eyectada verticalmente una piedrecilla.

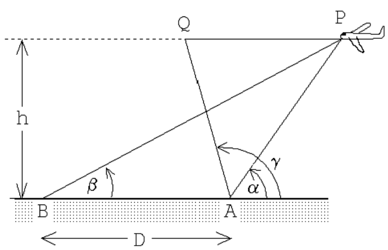
   a) Si la velocidad de lanzamiento de la piedrecilla es tal que la altura máxima que ella puede alcanzar es h. Determine la velocidad de lanzamiento

   b) Si la piedrecilla y el bloque se mueven a lo largo de una vertical común, determine el instante en que ellas se encuentran.

   c) Determine la posición de encuentro del bloque y la piedrecilla.



4. $\diamondsuit$ Dos observadores A y B miden ángulos de elevación de un avión que sobrevuela a una altura constante. En cierto instante los ángulos medidos por A y B son $\alpha = 60^o$ y $\beta = 40^o$, respectivamente. Diez segundos más tarde, A mide un ángulo de elevación $\gamma = 110^o$. La separación entre A y B (con B más a la izquierda de A) es $D = 1km$. Determine la altura a la que vuela el avión y su <u>*velocidad*</u>



5. $\spadesuit$ Desde su departamento en A, Penélope quiere lanzarle una tortuga de peluche como regalo de cumpleaños a Alfonsina, cuyo departamento está en B. Existe una diferencia de altura H − h y una distancia horizontal D entre ambos puntos.

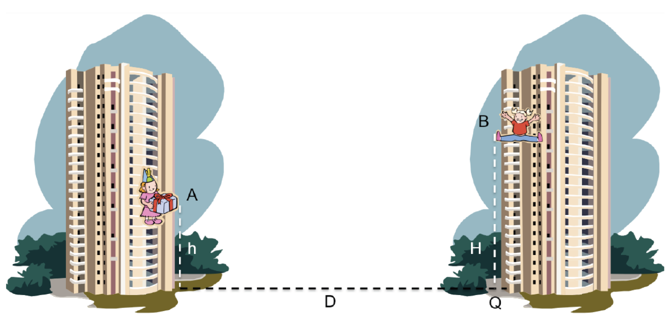
   a) ¿Cuál debe ser la componente vertical mínima de la velocidad con que Penélope debe lanzar el peluche para que llegue a B?

   b) ¿Cuál debe ser la componente horizontal mínima de la velocidad inicial en A para que el peluche alcance el punto B?

   c) Dibuje en forma aproximada la trayectoria resultante

   d) Para las condiciones de (a) y (b), calcule la rapidez inicial de la tortuga de peluche

   e) Con el módulo de la velocidad calculado en la parte anterior, determine el ángulo con el cual se debe enviar el peluche para que alcance la puerta Q del edificio de Alfonsina.

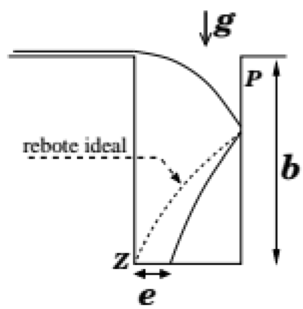


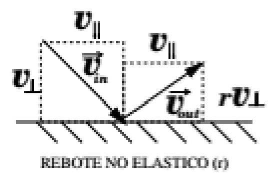
6. $\spadesuit$ En la figura se muestra una moneda resbalando por una superficie horizontal la cual tiene una zanja de paredes lisas de ancho <u>a</u> y profundidad <u>b</u>. La rapidez de la moneda es tal que al rebotar elásticamente con la pared frontal P caería justo en la esquina Z indicada. Sin embargo el rebote en P es inelástico, caracterizado por un çoeficiente de restitución" <u>r</u> explicado abajo (r≤1).

a) Determine la posición y velocidad de la moneda al alcanzar la pared P.

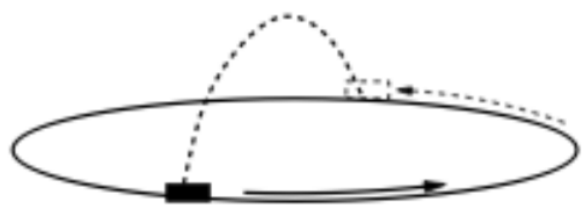
b) Determine la distancia e con respecto a la esquina Z donde cae la moneda.

c) Examine e interprete su resultado para el caso extremo r 1.





7. ♢♢ Un carro de bomberos circula con rapidez u en una rotonda de radio R. A los bomberos se les ocurre lanzar un chorro de agua de forma tal que puedan recibirlo en el lado diametralmente opuesto de donde este abandonó la manguera. Determine la rapidez con que debe salir el chorro de la manguera y la orientación de ésta con respecto a la dirección del carro y la vertical.



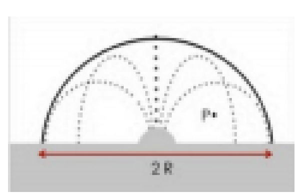
8. ♣ Desde un regador ubicado en el piso salen gotas de agua en todas las direcciones con la misma rapidez, V. Cada gota, una vez evacuada del regador, describe una trayectoria parabólica debido a la gravedad. Las gotas caen al piso mojando directamente una región de tamaño 2R. La situación descrita se representa en el diagrama donde, a modo de ejemplo, hemos indicado algunas trayectorias en forma de líneas punteadas.

   a) Determine la rapidez de salida de las gotas, V.

   b) Determine la altura máxima lograda por las gotas.

   c) Determine el ángulo θ_p de salida de las gotas que pasan por un punto P arbitrario (ubicado a una distancia horizontal x_p y vertical y_p desde el regador).

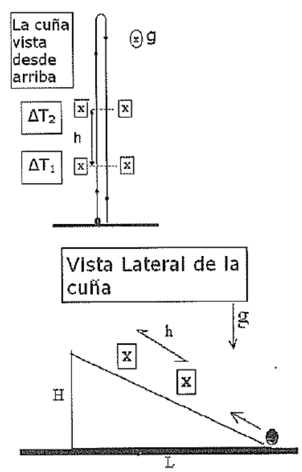
   d) Dependiendo de la distancia horizontal al regador, el agua alcanza distintas alturas. Determine la forma de la región del espacio que es alcanzada por el agua. Es decir, determine la forma del manto que separa la región húmeda (a la cual llegan las gotas) de la seca (muy altas para las gotas). Para esto considere que los puntos a los que no llega ninguna gota no tienen solución real para el ángulo de la parte c. Usando esto determine la ecuación de la curva continua de la figura.



9. ♠ Se propone una forma de medir la aceleración de gravedad **g**. Considere una cuña con base **L** y altura **H** y con roce nulo en el plano de su hipotenusa. Sobre la superficie de este plano se alinean dos fotopuertas (señaladas con un cuadrado con una **X**, en ambas figuras) separadas a una distancia **h** (fija). Estos sensores, con forma de **U**, operan de la siguiente manera. Al pasar un objeto por la abertura que dejan, obstruye un haz de luz que va de un lado al opuesto de la fotopuerta, su reloj se activa y comienza a medir el tiempo. Al repetirse el hecho: un objeto vuelve a obstruir el haz de luz que comunica ambos lados de la fotopuerta, su reloj se detiene. Ud. puede que haya observado su efecto al ingresar en una escalera mecánica: tan pronto cruza su entrada (obstruye el haz de luz del sensor) ésta se activa.

   Con esta configuración de dos fotopuertas, se lanza una esfera con suficiente rapidez desde el vértice inferior del plano inclinado. A su paso por las fotopuertas obstruye el haz de luz de cada una de ellas dos veces: al subir y al bajar. La fotopuerta superior mide un tiempo $\Delta\ T_2$ como el intervalo que transcurre entre la subida de la esfera y su bajada. Lo mismo hace la fotopuerta inferior. Mide $\Delta\ T_1$ como el intervalo que transcurre desde que la esfera va subiendo y pasa frente a la fotopuerta y su posterior cruce en su retorno.

   Determine el valor de **g**. Note el resultado no depende de la rapidez con que la esfera se lanza desde la base del plano.

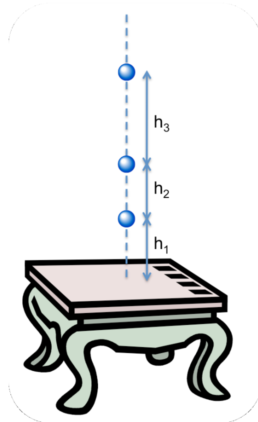


10. ◇◇ Dos partículas se sueltan simúltaneamente, desde alturas h_1 y $h_1 + h_2$ y se dejan caer sobre una mesa.

   a) Calcule h_2, en términos de h_1, demodo que el intervalo de tiempo entre golpes en la mesa sea igualal tiempo que le toma a la 1^{ra} particula en golpear la mesa.

   b) Una tercera partícula se suelta simultáneamente con las anteriores, desde una altura $h_1 + h_2 + h_3$. Calcule la distancia entre esta partícula y la que golpea justo antes, de modo que el intervalo de tiempo entre golpes sucesivos sea constante.

   c) Considere ahora una una serie de masas i=1, N, atadas por un hilo. En un instante dado el hilo se corta en su parte superior. Para las mismas condiciones señaladas en a) y b) - y usando esos resultados, calcule la distancia entre dos masas consecutivas cualesquiera j y j+1. (Obs: Note que no se le pregunta la altura de ambas masas, solo su distancia relativa)



11. ♣ Considere una rueda de la fortuna. Se trata de un juego consistente en una rueda vertical de radio R que gira con velocidad angular ω constante. Una niña montada sobre la rueda deja caer su lápiz cuando se encuentra en un ángulo θ (ver figura) con la horizontal. En los instantes posteriores el objeto se desplaza por el interior o exterior de la rueda dependiendo de θ.

    a) Determine el ángulo crítico que separa esas dos opciones. (Indicación: una forma de abordar este problema es estudiar la evolución de r, la distancia del lápiz hasta el centro de la rueda, para tiempos inmediatamente posteriores a la liberación del lápiz)

    b) Verifique su respuesta con los casos límite ω grande y chico (Explícitamente, indique que se entiende por chico y grande en este contexto, es decir indique un numero adimensional que debe ser chico o grande.)

    c) Encuentre el lugar en el piso en el que caerá el lápiz dependiendo del ángulo θ al momento de ser liberado.