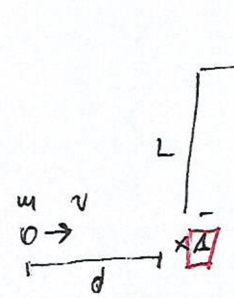
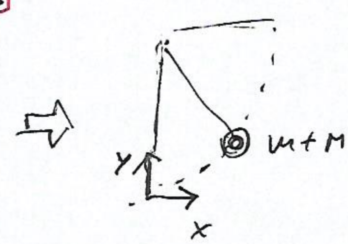
Pauta Ejercicio 8

NACHA





Una bala de masa m es disparada horizontalmente con rapidez cte. por una pistola a una distancia d desde un péndulo. Al mismo tiempo se libera un péndulo desde una posición horizontal.

El péndulo consiste en una barra de largo L y de masa despreciable, y una bolita de masa M, después de un tiempo t la bala impacta al péndulo cuando este pasa por el punto más bajo de su trayectoria, incrustándose dentro de la bolita.

(a) Determine la velocidad de salida justo después del impacto. Analice esta velocidad en función de las masas m y M

(b) Suponiendo que el péndulo-bala salen hacia la derecha, encuentre la expresión para la energía cinética en el punto desde donde fue liberado el péndulo.

(c) ¿Qué relación deben cumplir las masas para que justo en ese punto, la energía cinética sea nula?

R.

(a) • Velocidad de la bolita m (en A): $\boxed{v_m = \frac{d}{t}}$

• Velocidad de M en A: la $\overline{E}$ se conserva antes del choque:

$$\left.\begin{aligned} E_A &= \frac{1}{2} M (v_{M_A})^2 \\ E_B &= MgL \end{aligned}\right\}$$ (tomamos $E_{potencial} = 0$ en A)

$$\Rightarrow \quad E_A = E_B$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{M_A} = \sqrt{2gL}}$$

- Velocidad de salida después del impacto: conservación de momentum

$$P_i = m v_m - M v_{M_A}$$

$$P_f = (m+M)\, v_{(m+M)}$$

$$\Rightarrow \quad P_f = P_i$$

$$\Rightarrow \quad m v_m - M v_M = (m+M)\, v_{(m+M)}$$

$$\Rightarrow \quad m\frac{d}{t} - M\sqrt{2gL} = (m+M)\, v_{(m+M)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{m+M} = \frac{1}{(m+M)}\left[\frac{md}{t} - M\sqrt{2gL}\right]}$$

(b) En cinetica en B

la energia se conserva desde el momento que el choque inelastico ya ocurrió. Sea A' el punto en A pero justo después del choque, entonces se cumple que:

$$E_A' = E_B' \quad , \text{donde} \quad \begin{cases} E_A' = \frac{1}{2}(m+M)\, v_{m+M}^2 \\ E_B' = \underbrace{\frac{1}{2}(m+M)\, v_{m+M}'^2}_{K_{B'}} + (m+M)gL \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad E_A' = K_B' + (m+M)gL$$

$$\Rightarrow \quad K_B' = \frac{1}{2}(m+M)\, v_{m+M}^2 - (m+M) g L$$

$$= \frac{1}{2}(m+M)\left[v_{m+M}^2 - 2gL \right]$$

$$= \frac{1}{2}(m+M)\left[\frac{1}{(m+M)^2}\left(\frac{md}{t} - M\sqrt{2gL} \right)^2 - 2gL \right]$$

$$\boxed{K_B' = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{(m+M)}\left(\frac{md}{t} - M\sqrt{2gL} \right)^2 - 2gL\,(m+M) \right]}$$

(c) imponemos: $K_B' \overset{!}{=} 0$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{m+M}\left(\frac{md}{t} - M\sqrt{2gL} \right)^2 = 2gL\,(m+M)$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{md}{t} - M\sqrt{2gL} \right)^2 = 2gL\,(m+M)^2 \quad / \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{md}{t} - M\sqrt{2gL} = \sqrt{2gL}\,(m+M)$$

$$\Leftrightarrow \quad m\left(\frac{d}{t} - \sqrt{2gL} \right) = 2M\sqrt{2gL}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{M}{m} = \left(\frac{d}{t} - \sqrt{2gL} \right) \frac{1}{2\sqrt{2gL}}}$$