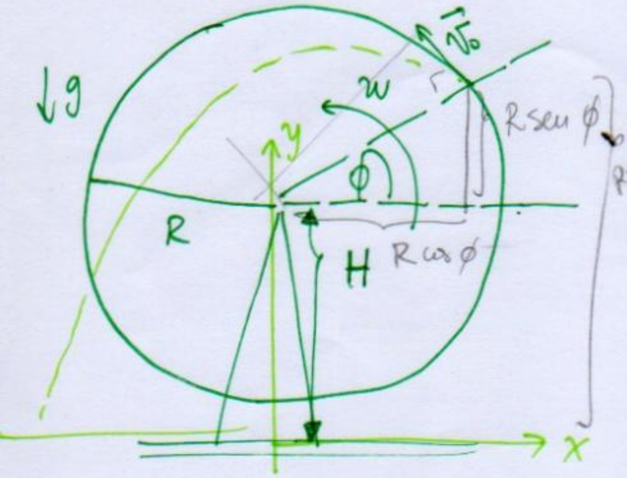
AUXILIAR 4: PREGUNTA 1. (Hay resumen de mov. circular)



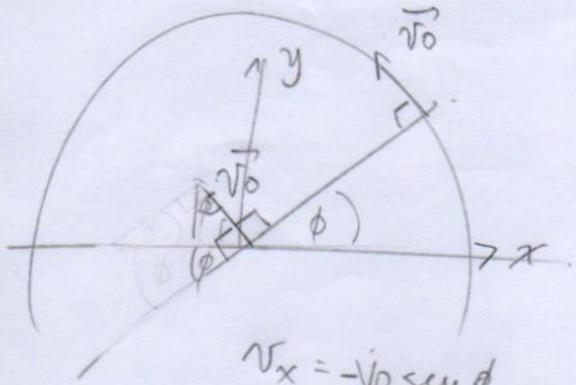
Solución mega giga inteligente: definir el origen del sistema donde cae el celular, ∴ las coordenadas donde cae el celular son (0,0)

→ Solución común

Notar que el celular va a tener como única velocidad, la velocidad tangencial producto de ir girando, solo falta descomponer el vector. de esta manera se definen las ecuaciones itinerario

$x(t) = R\cos\phi - V_0 \sin\phi \cdot t$

$y(t) = R \cdot \sin\phi + H + V_0 \cos\phi\, t - \frac{1}{2} g t^2$



$v_x = -V_0 \sin\phi$

$v_y = V_0 \cos\phi$

Cuando llega al suelo $y(t) = 0$.

$0 = (R\sin\phi + H) - V_0\cos\phi \cdot t^* + \frac{1}{2} g t^{*2}$

$\therefore t^* = \dfrac{V_0\cos\phi \pm \sqrt{V_0^2\cos^2\phi + 2g(R\sin\phi + H)}}{g}$

elijo (+), $V_0 = RW$

$t^* = \dfrac{R \cdot W\cos\phi + \sqrt{R^2W^2\cos^2\phi + 2g(R\sin\phi + H)}}{g}$

$\Rightarrow x(t^*) = R\cos\phi - V_0\sin\phi \cdot t^*$

$\Rightarrow x(t^*) = R\cos\phi - WR\sin\phi \cdot \left[\dfrac{RW\cos\phi + \sqrt{R^2W^2\cos^2\phi + 2g(R\sin\phi + H)}}{g}\right]$

$\Rightarrow \boxed{\text{coordenadas} = (x(t^*), 0)}$

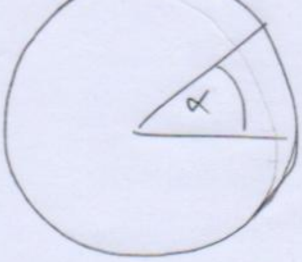
Casos interesantes

$\boxed{\phi = 0}$; $\boxed{\phi = \pi/2}$

$$\begin{cases} \cos(0) = 1 \\ \operatorname{sen}(0) = 0 \end{cases} \Longrightarrow \text{coordenadas } (R, 0).$$

$$\begin{cases} \cos(\pi/2) = 0 \\ \operatorname{sen}(\pi/2) = 1 \end{cases} \Longrightarrow \text{coordenadas } \left(\frac{-RW\sqrt{2g(H+R)}}{g}, 0 \right)$$

AUXILIAR 4: PREGUNTA 2



30 rpm = 30 revoluciones por minuto

"Esto tiene unidades de frecuencia, para Trabajar siempre se prefieren las unidades de medida para el S.I (sistema Internacional) por lo que es necesario presentar la frecuencia en Hz = 1/seg.

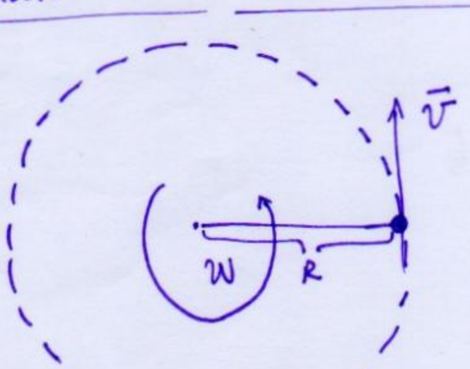
[Recordar que los ángulos deben ser escritos en radianes]

$$\frac{30 \text{ ciclos}}{1 \text{ min}} = \frac{30 \text{ ciclos}}{60 \text{ seg}} = \boxed{\frac{1}{2} \text{ Hz}}$$

▶ Diferenciar Velocidad Tangencial v/s rapidez angular. ($\vec{v}$ v/s w)

• La velocidad tangencial corresponde a la componente tangente a la trayectoria circular de un móvil o partícula y es proporcional al radio

rapidez angular: Notar que a priori no se le considera una cantidad vectorial, ya que nos interesa para efectos del curso entender de corresponde a los ángulo recorridos en radianes para un período de tiempo.

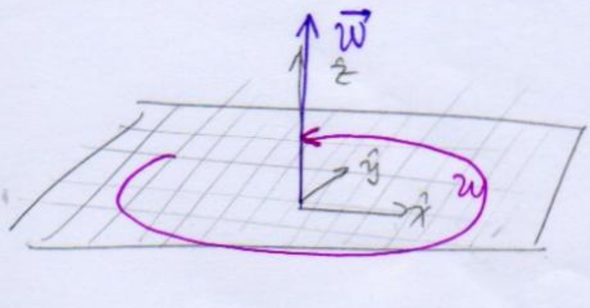


$$v = w \cdot R$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

$$f = \frac{w}{2\pi}$$

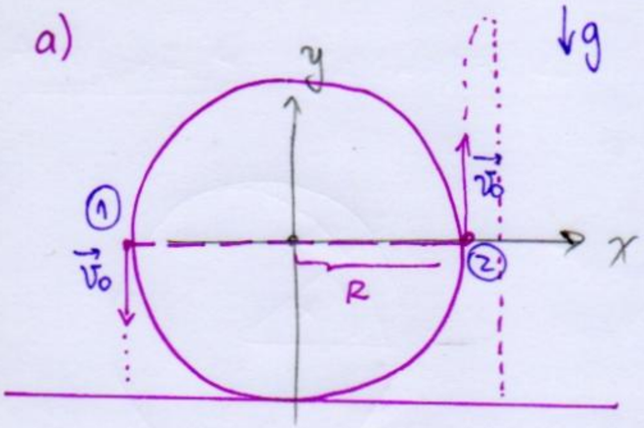
Es importante destacar que SI Existe la velocidad angular y corresponde al vector generado por la regla de la mano derecha.



$\therefore$ en nuestro problema $w = 2\pi \cdot \frac{1}{2}$ Hz

$$w = \pi \text{ rad/seg}$$

a)



La velocidad inicial de ambas es igual en módulo pero distinta en sentido.

Estrategia: Vamos a calcular cuanto tiempo se demorará la masa ① en llegar al suelo, luego cuanto tiempo tarda en llegar la masa ② en llegar al suelo, luego igualaremos esta medida al periodo. y diremos que este se relaciona con el radio el la velocidad tangencial.

1°. Calculando cuanto demora la masa 2 en llegar al suelo.

$$y_2(t) = 0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

condición de llegar al suelo. (+) usar $wR = v_0$

$$-R = wR \cdot t^* - \frac{gt^{*2}}{2}$$

anotando de forma cuadrática

$$\frac{g t^{*2}}{2} - t^* wR - R = 0$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{wR \pm \sqrt{w^2R^2 + \frac{4gR}{2}}}{g}$$

Tomamos la opción (+), en caso de elegir el (−) resulta un tiempo negativo y no nos interesa ese caso.

$$\Rightarrow t^* = \frac{wR + \sqrt{w^2R^2 + 2gR}}{g}$$

usando datos enunciado $w = \pi \left[\frac{rad}{seg}\right]$

$$\boxed{t_2 = \frac{\pi R + \sqrt{\pi^2 R^2 + 2gR}}{g}}$$

2° Calculando cuanto demora la masa 1 en llegar al suelo (Análogo al anterior)

$$y_1(t) = 0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$-R = -wRt^* - \frac{gt^{*2}}{2}$$

$$\frac{gt^{*2}}{2} + wRt^* - R = 0$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{-wR \pm \sqrt{w^2R^2 + 4\frac{Rg}{2}}}{g}$$

$$t^* = \frac{-wR + \sqrt{w^2R^2 + 2Rg}}{g}$$

$$\boxed{t_1 = \frac{-\pi R + \sqrt{\pi^2 R^2 + 2Rg}}{g}}$$

Sabemos que $t_2 - t_1 = T = \frac{1}{f} = 2\,seg$

$$\left(\frac{\pi R + \sqrt{\pi^2R^2 + 2gR}}{g}\right) - \left(\frac{-\pi R + \sqrt{\pi^2R^2 + 2gR}}{g}\right) = 2\,seg$$

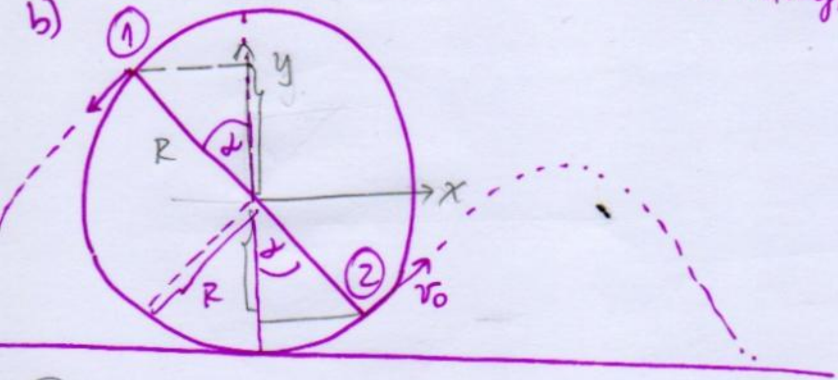
$$\frac{\pi R}{g} + \cancel{\frac{\sqrt{\pi^2R^2 + 2gR}}{g}} + \frac{\pi R}{g} - \cancel{\frac{\sqrt{\pi^2R^2 + 2gR}}{g}} = 2$$

Notar que todo está en unidades de medida del S.I.

$$\frac{\cancel{2}\pi R}{g} = \cancel{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{g}{\pi}}$$

b)

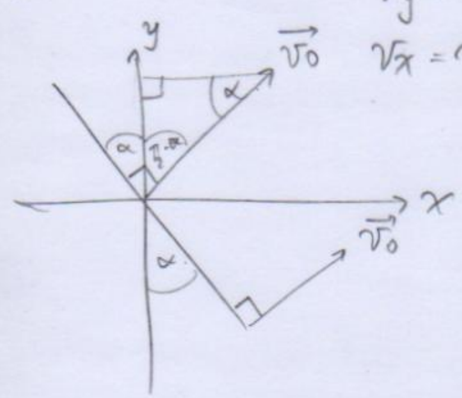


Estrategia: Vamos a calcular cuánto se demorará por separado cada piedra en llegar al suelo e igualaremos el tiempo de ambas ecuaciones y despejaremos el valor de α. Para comenzar es necesario descomponer el vector velocidad tangencial en el eje "x" e "y":

②

$v_y = v_0 \cdot \operatorname{sen}\alpha$

$v_x = v_0 \cos\alpha$

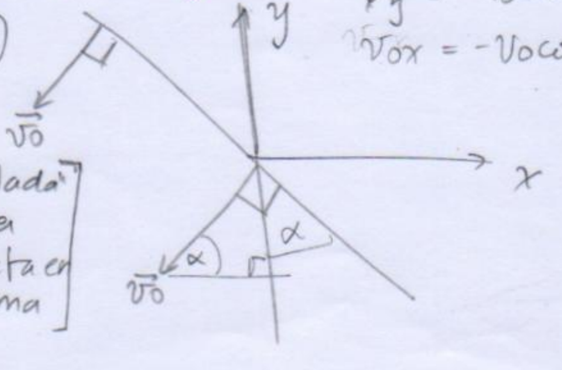


[Notar que solo se "traslada" el vector $\vec{v_0}$ para poder descomponerlo, y no afecta en nada el resto del problema]

①

$v_y = -v_0 \operatorname{sen}\alpha$

$v_{0x} = -v_0 \cos\alpha$.



Ecuaciones Itinerario para ① y ② (las explicaciones de los pasos son análogas a la parte (a))

$$① \begin{cases} y_1(t) = R\cdot\cos\alpha - v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x_1(t) = -R\operatorname{sen}\alpha - v_0\cos\alpha \cdot t \end{cases}$$

$$② \begin{cases} y_2(t) = -R\cos\alpha + v_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x_2(t) = R\operatorname{sen}\alpha + v_0\cos\alpha \cdot t \end{cases}$$

si ① llega al suelo en t_1 en ese mismo instante ② llegará al suelo en t_2

$$-R = R\cos\alpha - v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$-R = -R\cos\alpha + v_0 \operatorname{sen}\alpha\, t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$t_1 = t_2$

Calculando t_1

$$\frac{1}{2} g t_1^2 + v_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t_1 - (R + R\cos\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-V_0 \operatorname{sen}\alpha \pm \sqrt{V_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1+\cos\alpha)}}{g}$$

$$t_1 = \frac{-V_0 \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{V_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1+\cos\alpha)}}{g}$$

$v_0 = w \cdot R$

$w = \pi\,[rad/seg]$

$\Rightarrow v_0 = \pi R.$

$$t_1 = \frac{-\pi R \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{\pi^2 R^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1+\cos\alpha)}}{g}$$

Calculando t_2

$$-R = -R\cos\alpha + V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$\frac{1}{2} g t_2^2 - V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t_2 - R(1-\cos\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{V_0 \operatorname{sen}\alpha \pm \sqrt{V_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1-\cos\alpha)}}{g}$$

$$t_2 = \frac{V_0 \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{V_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1-\cos\alpha)}}{g}$$

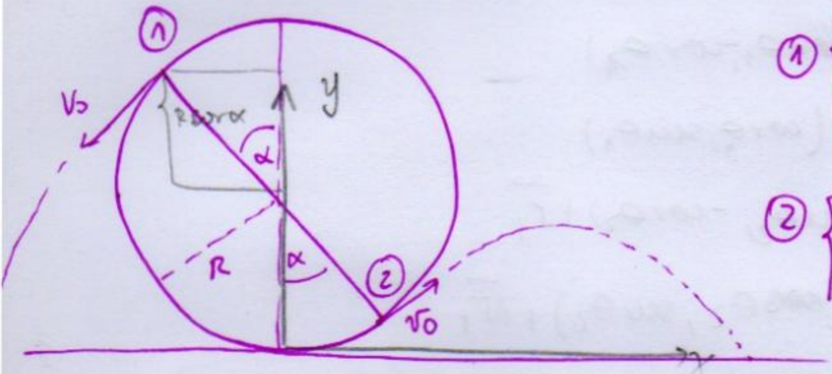
$$t_2 = \frac{\pi R \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{{}^2\,{}^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1-\cos\alpha)}}{g}$$

$t_1 = t_2$

$$\frac{-\pi R \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{\pi^2 R^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1+\cos\alpha)}}{g} = \frac{\pi R \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{\pi^2 R^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1-\cos\alpha)}}{g}$$

$$\sqrt{\pi^2 R^2 \operatorname{sen}\alpha + 2gR(1+\cos\alpha)} - \sqrt{\pi^2 R^2 \operatorname{sen}^2\alpha + 2gR(1-\cos\alpha)} = 2\pi R \operatorname{sen}\alpha.$$

Notemos que el desarrollo es muy extenso... busquemos una forma más simple de resolverlo, mediante un cambio en el sistema de referencia.



Ecuaciones Itinerario para ① y ②

$$① \begin{cases} y_1(t) = R + R\cos - V_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x_1(t) = -R\operatorname{sen}\alpha - V_0 \cos\alpha\, t. \end{cases}$$

$$② \begin{cases} y_2(t) = R - R\cos + V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x_2(t) = R\operatorname{sen}\alpha + V_0 \cos\alpha \cdot t \end{cases}$$

Al momento de definir ecuaciones podemos notar que para efectos prácticos el tomar otro sistema de referencia no afecta mucho, entonces probemos con otro tipo de desarrollo matemático

$$0 = R + R\cos\alpha - V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} \quad (A)$$

$$0 = R - R\cos\alpha + V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} \quad (B)$$

(A) = (B)

$$\cancel{R} + R\cos\alpha - V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t^* \cancel{- \frac{1}{2} g t^{*2}} = \cancel{R} - R\cos\alpha + V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t^* \cancel{- \frac{1}{2} g t^{*2}}$$

$$\cancel{2} R\cos\alpha = \cancel{2} V_0 \operatorname{sen}\alpha \cdot t^*$$

$w = \pi$ $V_0 = wR$
$= \pi R$

$$\frac{\cancel{R}}{\pi \cancel{R}} \cdot \frac{1}{\tan\alpha} = t^*$$

$$\boxed{\frac{\operatorname{cotang}\alpha}{\pi} = t^*} \quad (C)$$

Reemplazando (C) en (A) se tiene que

$$0 = R + R\cos\alpha + \cancel{\pi} R \cdot \cancel{\operatorname{sen}\alpha} \cdot \left[\frac{\cos\alpha}{\cancel{\operatorname{sen}\alpha}} \cdot \frac{1}{\cancel{\pi}}\right] - \frac{1}{2} g \left[\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha} \cdot \frac{1}{\pi^2}\right]$$

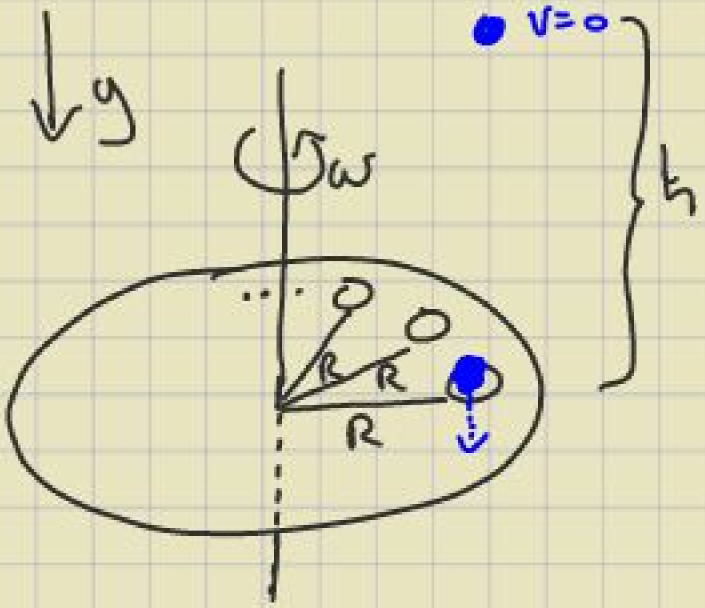
$$0 = R\,(1 + \cancel{\cos\alpha}) - \cancel{R\cos\alpha} - \frac{1}{2}\frac{g}{\pi^2}\left[\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha}\right]$$

$$\frac{1}{2} g \left[\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha}\right] \cdot \frac{1}{\pi^2} = R$$

$$\frac{g}{2\pi^2 R} = \tan^2\alpha$$

$$\Longrightarrow \boxed{\alpha = \operatorname{Arc\,tang}\left(\sqrt{\frac{g}{2\pi^2 R}}\right)}$$

P3



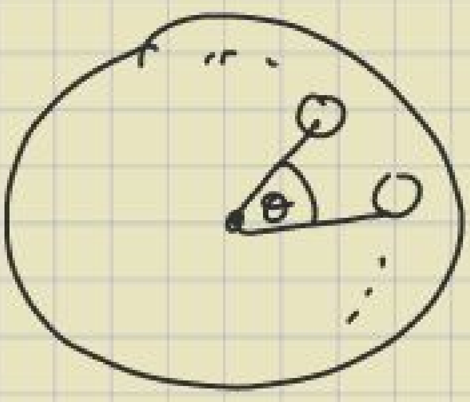
$y_p = h - \frac{g}{2}t^2$

$y(\Delta t) = 0$

$h - \frac{g}{2}\Delta t^2 = 0$

$$\boxed{\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

tiempo entre que cae una pelota y otra al disco



Por otro lado la separacion angular entre los agujeros es $\theta = \frac{2\pi}{N}$

Como el disco debe moverse coordinado con las caidas a intervalos Δt_1 se tiene:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow \frac{2\pi}{N\omega} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\frac{4\pi^2}{N^2\omega^2} = \frac{2h}{g}$$

$$\boxed{h = \frac{2g\pi^2}{N^2\omega^2}}$$