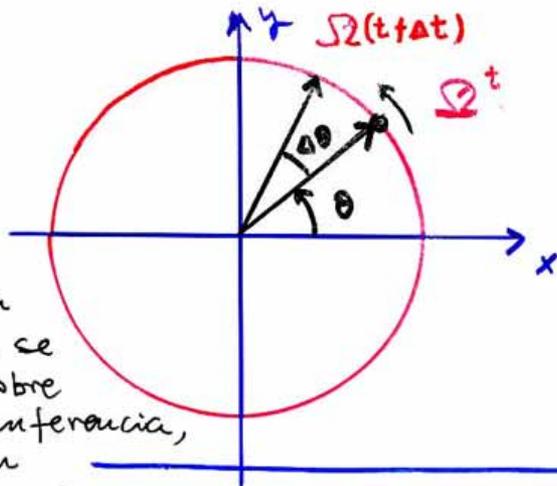
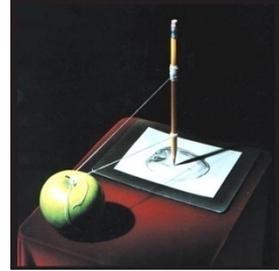


# Introducción a la Física Newtoniana



Como la partícula se mueve sobre una circunferencia, BASTA con un ÁNGULO para determinar la posición

MOVIMIENTO CIRCULAR

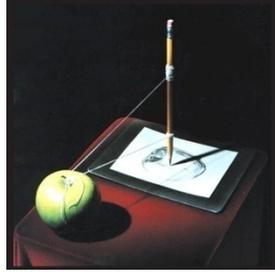
$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} \equiv \omega = \text{velocidad angular}$$

Si el movimiento es CIRCULAR UNIFORME

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}, T = \text{período}$$

**MOVIMIENTO CIRCULAR  
UNIFORME**

# Introducción a la Física Newtoniana



## UNIDADES

$$\omega = \left[ \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \right] = \left[ \frac{\text{radianes}}{\text{s}} \right] = \frac{1}{\text{s}}$$

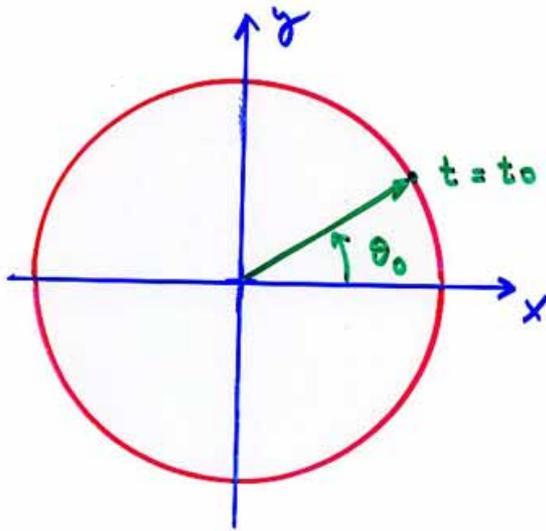
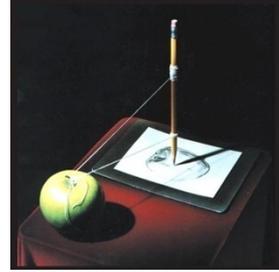


Analogía con el mov.  
rectilíneo.

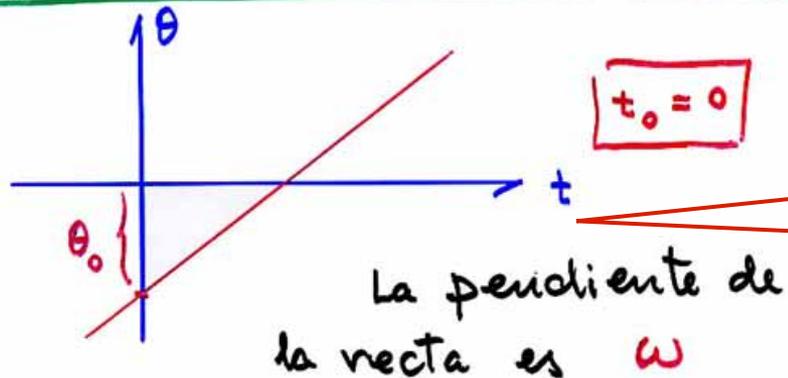
$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \equiv \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega (t - t_0)$$

# Introducción a la Física Newtoniana

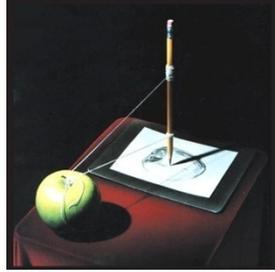


$\theta_0$   $\equiv$  posición de la partícula en el instante  $t = t_0$ .



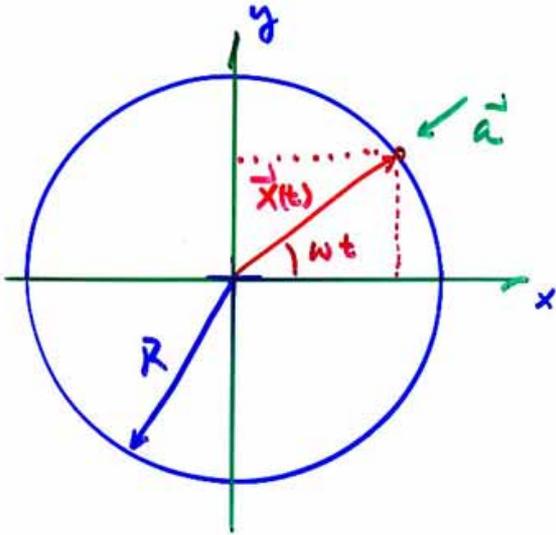
Note que la ecuación para el gráfico de la Figura Considera  $\theta_0$  negativo.

# Introducción a la Física Newtoniana



En general  $\theta_0 = t_0 = 0$

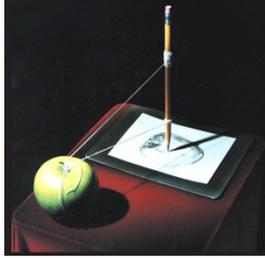
$$\Rightarrow \boxed{\theta = \omega t} \quad [\theta] = \left[ \frac{\text{r}}{\text{T}} \cdot \text{T} \right] = 1$$



Descripción del movimiento  
en COORDENADAS CARTESIANAS

$$\vec{x}(t) = R [\cos(\omega t), \sin(\omega t)]$$

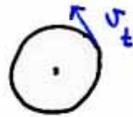
# Introducción a la Física Newtoniana



$$|\vec{v}| = \frac{|\Delta \vec{x}|}{\Delta t} = R \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$|\vec{v}_t| = R \omega$$

$\vec{v}_t = \begin{cases} \text{velocidad} \\ \text{tangencial} \end{cases}$



comparamos con la expresión  
ANALÍTICA :

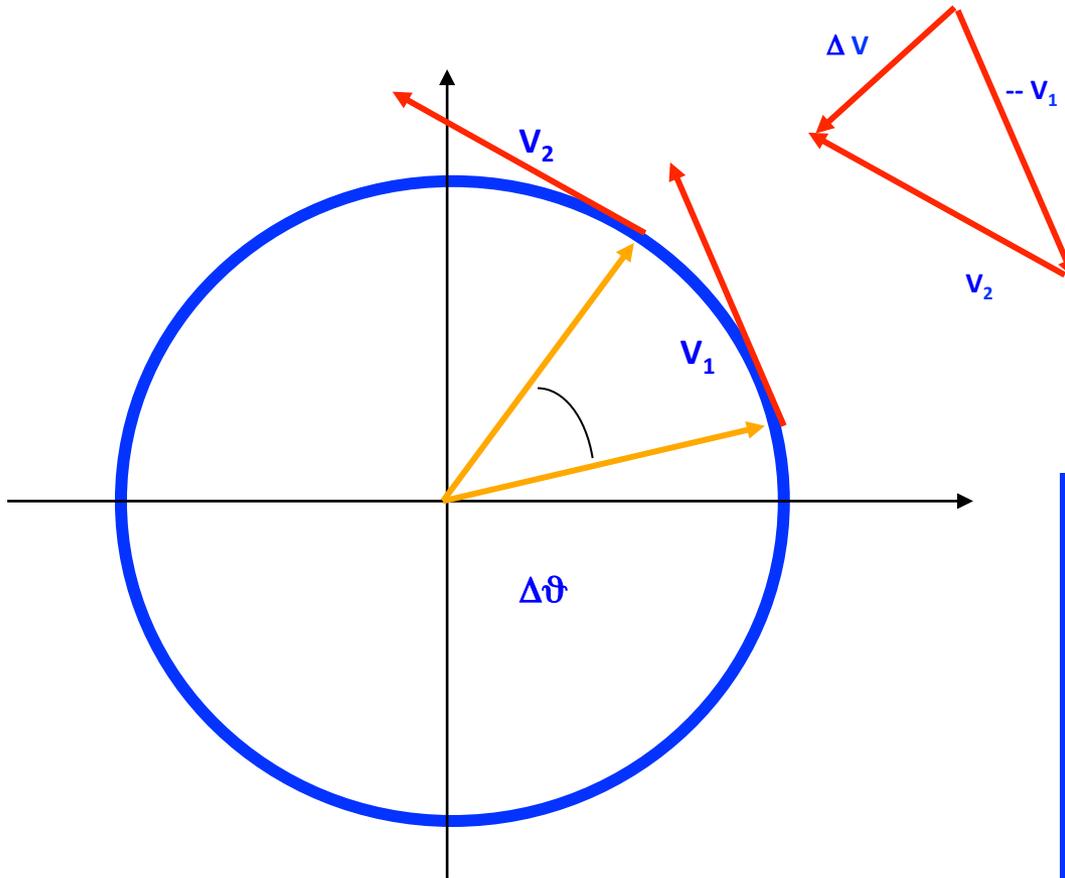
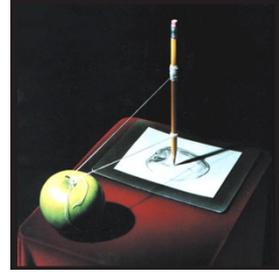
$$\vec{v} = R \omega [-\sin(\omega t), \cos(\omega t)]$$

$$|\vec{v}|^2 = R^2 \omega^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)$$

$$|\vec{v}| = R \omega$$



# Introducción a la Física Newtoniana



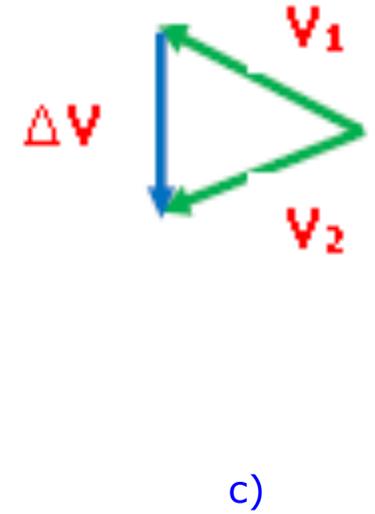
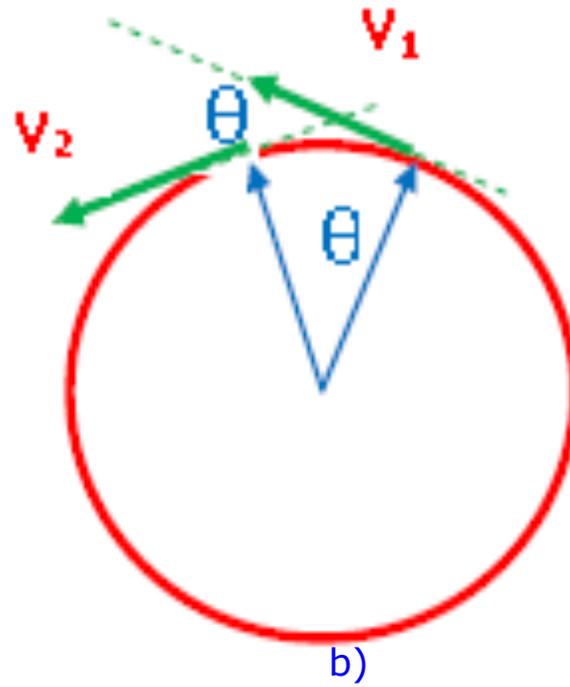
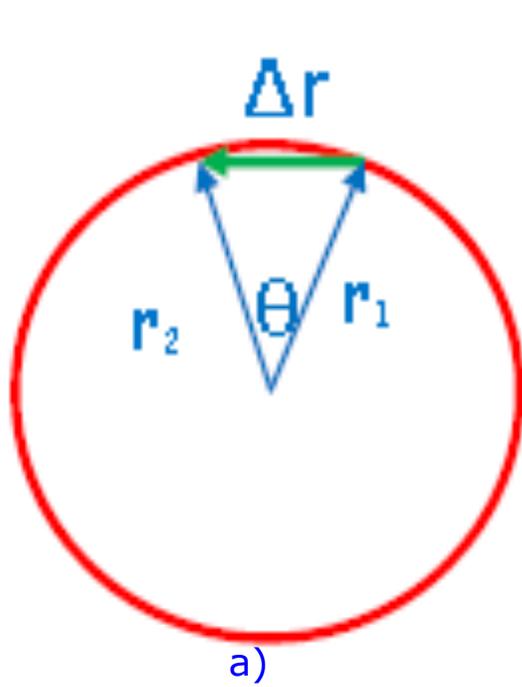
$$|\Delta \mathbf{V}| = |\mathbf{v}_2| \Delta \vartheta = |\mathbf{v}_1| \Delta \vartheta$$

$$|\Delta \mathbf{V}| = \mathbf{a} \Delta t$$

$$|\mathbf{a}| = |\mathbf{V}| \omega = R \omega^2 = |\mathbf{V}|^2 / R$$

$|\mathbf{a}| \equiv$  aceleración centrípeta

# Introducción a la Física Newtoniana



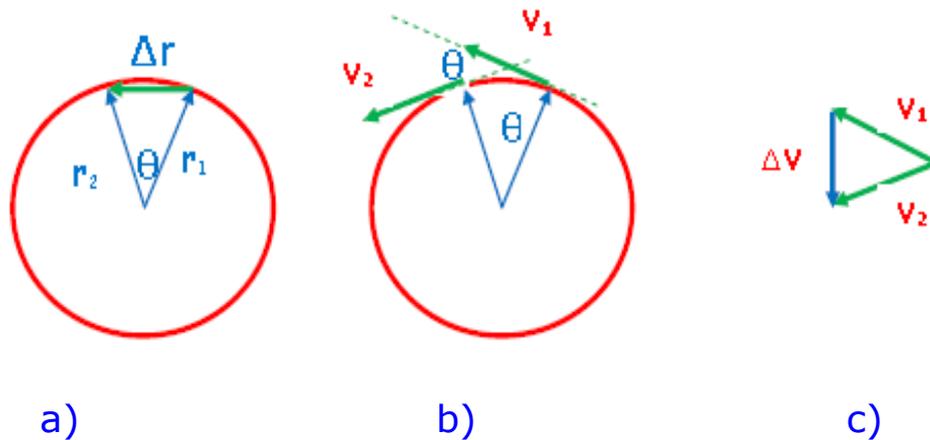
Los triángulos en (a) y (c) son similares y se cumple

$$\theta \approx \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

La aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \Delta r}{r \Delta t} \approx \frac{v \Delta s}{r \Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

# Introducción a la Física Newtoniana



A partir de la geometría del problema, la resta de las dos velocidades se concreta en el punto medio del arco que separa los dos puntos considerados. Con esto sabemos que la aceleración debe tener una dirección radial y apuntar hacia el centro de la circunferencia (el sentido del vector).

La siguiente operación es establecer el único parámetro que nos resta: la magnitud del vector.

Esto se obtiene a partir de la semejanza entre el triángulo formado por las velocidades y el formado por los vectores posición de la partícula en dos instantes muy cercanos.

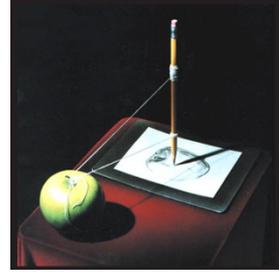
Los triángulos en (a) y (c) son similares y se cumple

$$\theta \approx \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

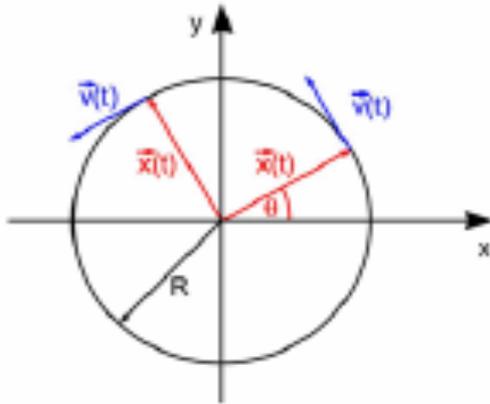
La aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \Delta r}{r \Delta t} \approx \frac{v \Delta s}{r \Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

# Introducción a la Física Newtoniana



VELOCIDAD

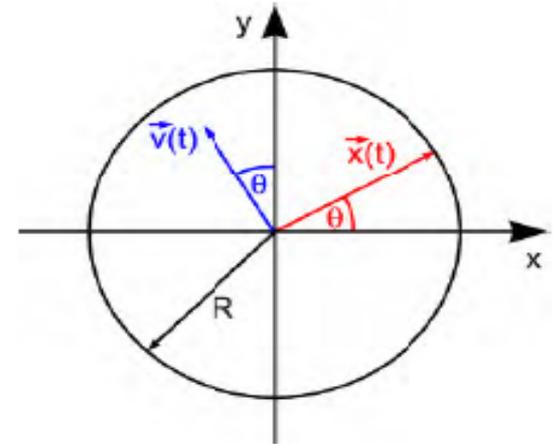


$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

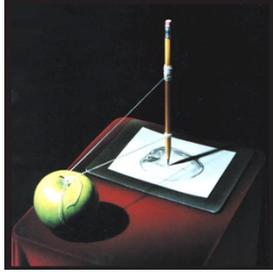
$$\vec{v}(t) = R\omega (-\sin\omega t, \cos\omega t) \quad \vec{v} \text{ ES SIEMPRE TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2 \sin^2\omega t + R^2\omega^2 \cos^2\omega t}$$

$$|\vec{v}| = R\omega$$



# Introducción a la Física Newtoniana



Note que

$$\vec{a}(t) = -R\omega^2 [\cos \omega t, \sin \omega t]$$

pero

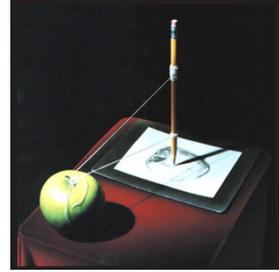
$$\vec{x}(t) = R [\cos \omega t, \sin \omega t]$$

Luego

$$\vec{a}_c(t) = -\omega^2 \vec{x}$$

La aceleración centrípeta apunta hacia el origen  $(-\vec{x})$ , en cada punto de la circunferencia.

# Introducción a la Física Newtoniana



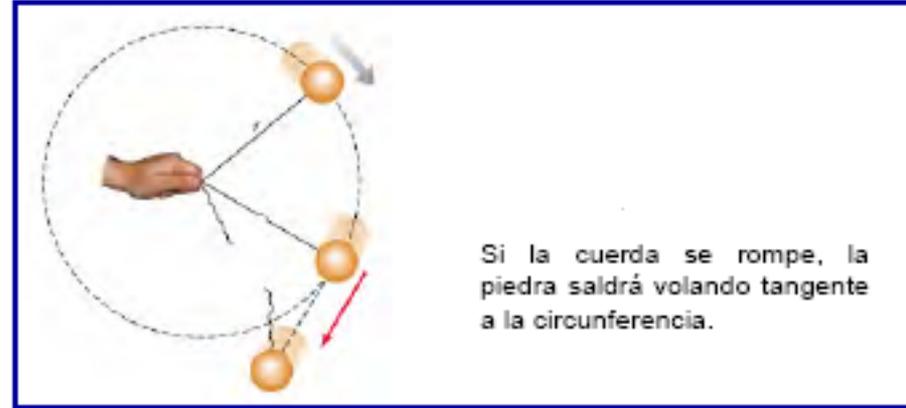
Parece una contradicción  
que en un **MOV. CIRCUNFERENCIAL**  
**UNIFORME**, exista una  
aceleración!

PERO

El Principio de Inercia  
indica que así debe ser!!

Si no existiera una Fuerza  
la partícula seguiría por la  
tangente.

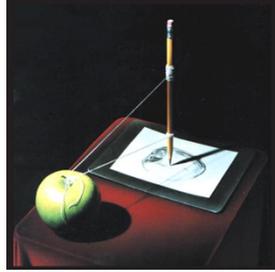
Para que permanezca en la  
circunferencia, **DEBE EXISTIR**  
**UNA** Fuerza que la empuje hacia el  
CENTRO



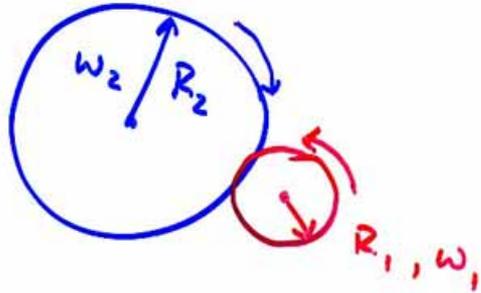
Si la cuerda se rompe, la  
piedra saldrá volando tangente  
a la circunferencia.

Esa fuerza es la tensión de la cuerda  
En el caso de la gravitación, la fuerza  
De atracción gravitacional entre los  
dos cuerpos.

# Introducción a la Física Newtoniana



## Problemas Típicos



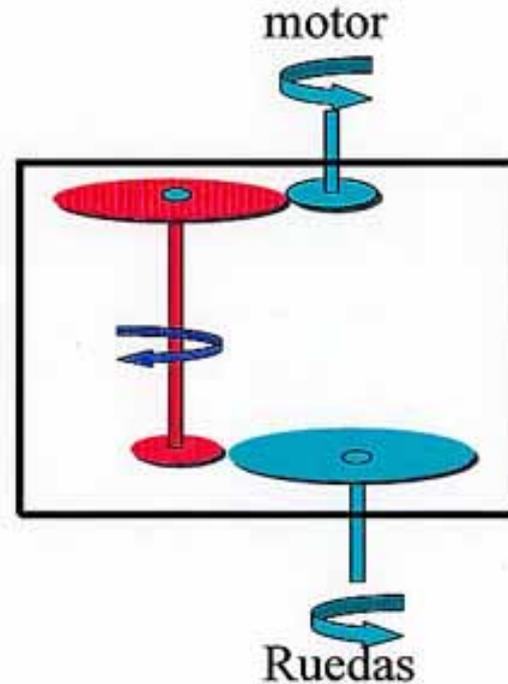
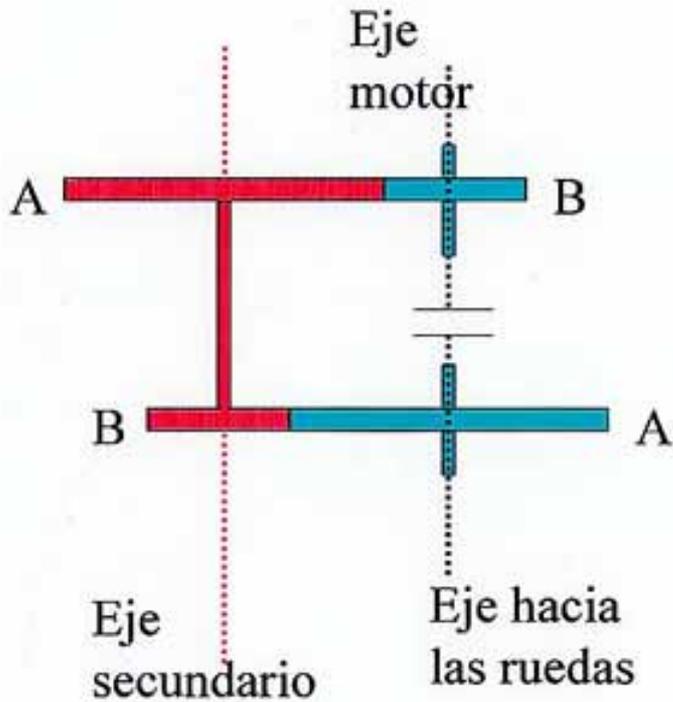
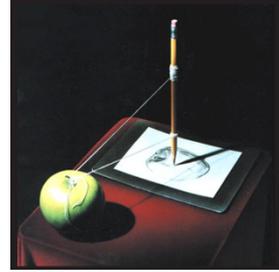
En el pto. de contacto, las velocidades tangenciales deben ser iguales

$$\omega_2 R_2 = v_T = \omega_1 R_1$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \omega_1$$

$$\text{Como } \frac{R_1}{R_2} < 1 \Rightarrow \omega_1 > \omega_2$$

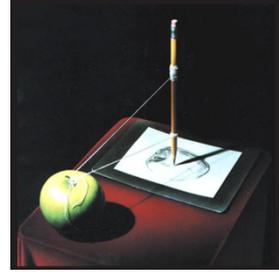
# Introducción a la Física Newtoniana



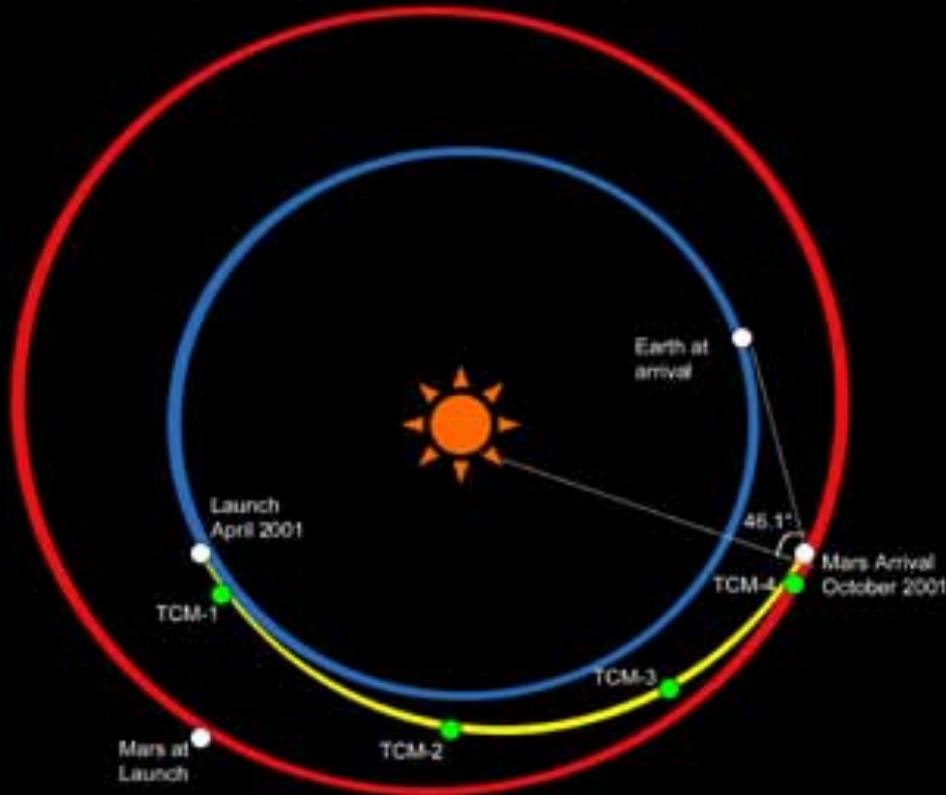
<http://www.youtube.com/watch?v=odpsm3ybPsA>

<http://www.youtube.com/watch?v=F40ZBDAG8-o>

# Introducción a la Física Newtoniana



## 2001 Odyssey Interplanetary Trajectory



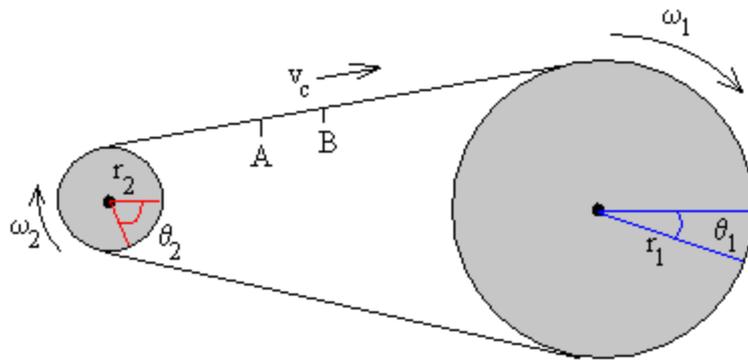
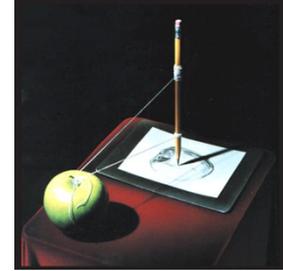
La Figura grafica la geometría del lanzamiento de una nave exploratoria dirigida al planeta Marte.

Note que de acuerdo a un observador en la Tierra, Marte está quedándose atrás con respecto a nosotros.

La nave debe apuntar hacia el Lugar donde Marte estará, aproximadamente en 6 meses más.

A partir de la Figura, ¿puede **estimar** cuál es la relación entre un año en la tierra y un "año" de Marte?

# Introducción a la Física Newtoniana



# Introducción a la Física Newtoniana

---

