



Auxiliar N°10

Profesor Cátedra: Roger Bustamante P.
Profesor Auxiliar: Rodrigo Bahamondes S.

Consultas a: rbahamondes@ing.uchile.cl

P1.- Sea las funciones de esfuerzo:

$$\phi_2(x, y) = \frac{a_2}{2} x^2 + b_2 xy + \frac{c_2}{2} y^2$$

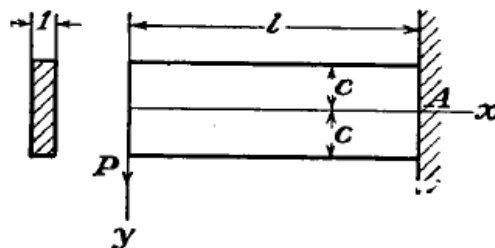
$$\phi_4(x, y) = \frac{a_4}{12} x^4 + \frac{b_4}{6} x^3 y + \frac{c_4}{2} x^2 y^2 + \frac{d_4}{6} x y^3 + \frac{e_4}{12} y^4$$

- Demuestre que ambas funciones cumplen con la ecuación biarmónica (ergo, cumplen con las ecuaciones de equilibrio).
- Expresa las componentes del esfuerzo en ambos casos en función de las constantes a_i, b_i, c_i, d_i

Se utilizará el siguiente estado de esfuerzos para la resolución de un problema de valor de frontera:

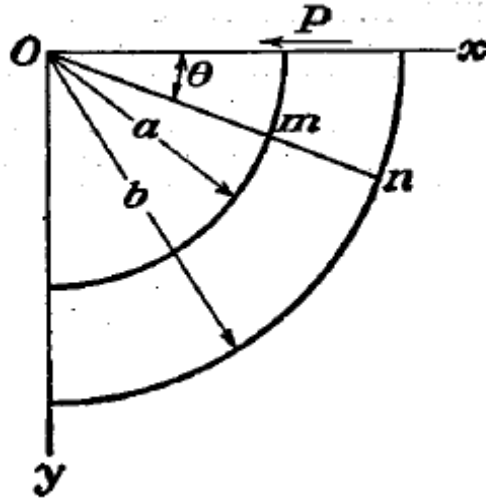
$$\sigma_x = \sigma_{x(4^\circ \text{orden})}, \sigma_y = \sigma_{y(4^\circ \text{orden})}, \tau_{xy} = \tau_{xy(2^\circ \text{orden})} + \tau_{xy(4^\circ \text{orden})}$$

El problema de valor de frontera es el siguiente: Se tiene una viga rectangular de espesor unitario, representada por la figura. Un extremo de la viga está empotrado, mientras que el otro está sometido a una fuerza P distribuida en el espesor. Las dimensiones y el origen del sistema de coordenadas están dados en la figura. Asuma que el material del que está hecho la viga es elástico-lineal y que la viga es isotrópica.



- c) Haciendo $a_4=b_4=c_4=0$, encuentre el valor de las constantes que quedan en función de valores conocidos. Exprese el estado de esfuerzos de la viga en función de éstos
- d) Obtenga el campo de deformaciones de la viga
- e) Obtenga el campo de desplazamientos de la viga

P2.- Se tiene una barra curva de espesor unitario que está sometida a una fuerza P distribuida en uno de los bordes, mientras que permanece empotrada en el otro.



- a) Sea la función de esfuerzos $\phi(r, \theta) = f(r) \sin \theta$. Demuestre que esta función de esfuerzos satisface las ecuaciones de equilibrio si $f(r)$ cumple con la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} \right) \left(\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} - \frac{f}{r^2} \right) = 0$$

- b) La solución general de la EDO anterior está dada por:

$$f(r) = A r^2 + B \frac{1}{r} + C r + D r \ln r$$

Encuentre las constantes y exprese el estado de esfuerzos de la viga. ¿Cuál es el valor de los esfuerzos en la parte superior e inferior de la viga?

- c) Obtenga el desplazamiento radial en el extremo superior de la viga, asumiendo que el material de la barra es elástico-lineal y que ésta es isotrópica.