

Auxiliar N°3 MA5801 - MA674: Operadores Monótonos y Multiaplicaciones

Profesores: Rafael Correa, Aris Daniilidis

Auxiliares: Gonzalo Flores, Edgardo Matthies, Matías Pavez

P1. Sean X, Y espacios topológicos separados y $F : X \rightrightarrows Y$. Probar que

- (a) $G(f)$ es cerrado si y sólo si para todo $x \in D(F)$, si $y \notin F(x)$ entonces existen vecindades $W \in \mathcal{U}_x, V \in \mathcal{U}_y$ tales que $F(W) \cap V = \emptyset$.
- (b) F es semicontinua superior si y sólo si $F^{-1}(R)$ es cerrado para todo $R \subset Y$ cerrado.

Donde $F^{-1} : Y \rightrightarrows X$ se define como $F^{-1}(y) = \{x \in X \mid y \in F(x)\}$.

P2. Sea X un espacio de Banach y $T : X \rightrightarrows X^*$ un operador monótono.

- (a) Si $|T(x)| = 1$ y T es fuerte-débil* continua, entonces T es maximal.
- (b) Si T es monótono maximal, entonces $T(x)$ es convexo y w^* cerrado.
- (c) Si X es reflexivo y T es monótono maximal, entonces T^{-1} también es monótono maximal.
- (d) Si X es reflexivo y T es monótono maximal, entonces $T^{-1}(0)$ es débil cerrado y convexo.