



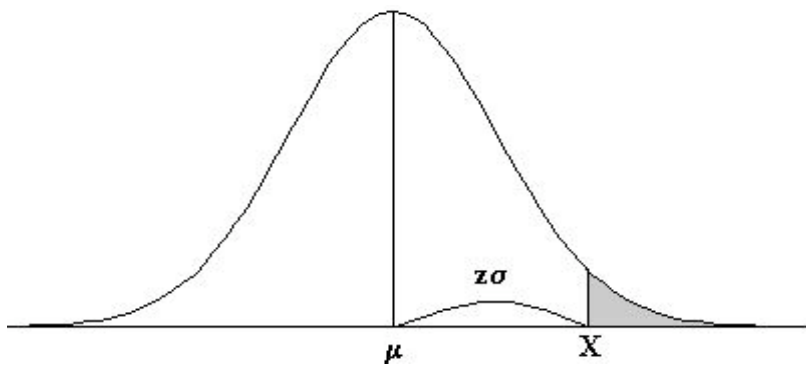
EXAMEN

Tiempo: 3 horas

- P1.** a) En un examen que consta de 10 preguntas, un estudiante debe responder exactamente 7.
- 1) (1,5 ptos.) ¿De cuántas formas puede el estudiante escoger las preguntas?
 - 2) (1,5 ptos.) Si además se le exige que conteste al menos 3 de las primeras 5 preguntas, ¿de cuántas formas puede escoger las preguntas?
- b) Hay dos fábricas de radios. Cada radio producida en la fábrica A sale defectuosa con probabilidad 0,05, mientras que una producida en la fábrica B sale defectuosa con probabilidad 0,01 (independiente de las otras radios producidas). Usted compra dos radios que provienen de la misma fábrica, la cual puede ser A o B con la misma probabilidad.
- 1) (1,5 ptos.) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera radio que usted revisa salga defectuosa?
 - 2) (1,5 ptos.) Si la primera radio revisada salió defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda también lo esté?
- P2.** a) La densidad de la variable aleatoria X es $f_X(x) = (ax + bx^2)\mathbb{1}_{[0,1]}(x)$. Se sabe además que el valor esperado de X es 0,6.
- 1) (1,0 pto.) Calcule a y b .
 - 2) (1,0 pto.) Calcule F_X y $P(X > 1/2)$.
 - 3) (1,0 pto.) Calcule $\text{var}(X)$.
- b) Sean X e Y variables aleatorias con densidad conjunta dada por
- $$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda(x+y)} & x, y > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$
- 1) (1,0 pto.) ¿Son independientes? ¿Qué tipo de variables son?
 - 2) (1,0 pto.) Dado $\alpha > 0$, muestre que $P(Y \geq \alpha X) = 1/(1 + \alpha)$.
 - 3) (1,0 pto.) Determine la función de distribución acumulada de la variable $X/(X + Y)$. ¿Qué tipo de variable es?
- P3.** a) (3,0 ptos.) La duración (en horas) de unas determinadas baterías es una variable aleatoria con esperanza μ (desconocida) y varianza 4. Se planea probar n baterías de forma independiente, y se estimará μ utilizando la duración promedio. ¿Cuántas baterías deben probarse para que la probabilidad de que el error de la estimación no supere las 0,25 horas sea aproximadamente igual a un 95 %?
- b) (3,0 ptos.) El dueño de una revista afirma que, de acuerdo a la experiencia de años anteriores, el 60 % de las personas suscritas a la revista renuevan su suscripción. En una muestra de 200 personas con suscripción, 108 de ellas la renovaron el último año. ¿Cuál es el p -valor asociado al test de que la proporción de renovaciones del último año es distinta a la que indica la experiencia? Para un nivel de confianza del 2 %, ¿qué puede concluirse?

TABLA 1: DISTRIBUCIÓN NORMAL

Áreas bajo la curva normal



Ejemplo:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P[Z > 1] = 0.1587$$

$$P[Z > 1.96] = 0.0250$$

Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010