



## CONTROL 1

1 de septiembre de 2014

Tiempo: 3 horas

**P1.** a) (3,0 ptos.) Sean  $E$ ,  $F$  y  $G$  eventos. Pruebe que

$$\mathbb{P}(E \cup F \cup G) = \mathbb{P}(E) + \mathbb{P}(F) + \mathbb{P}(G) - \mathbb{P}(EF) - \mathbb{P}(EG) - \mathbb{P}(FG) + \mathbb{P}(EFG).$$

b) Se dispone de 16 plumones para escribir en la pizarra: 6 azules, 4 negros, 3 rojos y 3 verdes. Se escogen 4 plumones.

- 1) (1,5 ptos.) Si no se distingue el orden de los plumones seleccionados y los plumones de un mismo color son indistinguibles, ¿cuántos posibles resultados hay?
- 2) (1,5 ptos.) Suponga que la elección de los 4 plumones es completamente al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que los plumones escogidos sean de distinto color?  
*Indicación:* tenga cuidado con cuál es el espacio equiprobable.

**P2.** a) (3,0 ptos.) Se tienen 3 cartas en una caja, una de color negra por ambas caras, una de color rojo por ambas caras, y una con una cara negra y otra roja. Se saca una carta al azar, de la cual solo se ve un lado, que es rojo. Si tuviera que apostar por el color de la otra cara, ¿hay alguna diferencia en apostar por rojo o negro? ¿Qué apostaría usted?

- b) (1,5 ptos.) Un evento  $E$  se dice *trivial* si  $\mathbb{P}(E) = 1$  ó bien  $\mathbb{P}(E) = 0$ . Muestre que  $E$  es trivial si y sólo si es independiente de sí mismo.
- c) (1,5 ptos.) Sea  $X$  una variable aleatoria, y sea  $F$  su función de distribución acumulada. Suponga que  $F$  es invertible. Calcule la función de distribución acumulada de la variable aleatoria  $Y = F(X)$ . ¿Qué variable conocida es  $Y$ ?

**P3.** a) Una caja contiene  $n$  fósforos buenos y  $m$  malos. Un fósforo malo nunca enciende, mientras que un fósforo bueno enciende con probabilidad  $p$  cuando se intenta encenderlo una vez, y cada intento es independiente del resto. Usted escoge un fósforo al azar, y luego de  $k$  intentos aún no enciende.

- 1) (1,5 ptos.) ¿Cuál es la probabilidad de que el fósforo esté malo?
- 2) (1,5 ptos.) ¿Cuál es la probabilidad de que el fósforo encienda en el intento  $k + 1$ ?

b) (3,0 ptos.) Usted tiene 20 pares de calcetines sucios y escoge 24 calcetines al azar para lavar. Sea  $X$  la cantidad de *pares* de calcetines limpios que obtiene. ¿Cuál es el rango de  $X$ ? Calcule su función de distribución discreta. *Indicación:* para que haya exactamente  $k$  pares limpios, ¿cuántos pares con un calcetín limpio y otro sucio debe haber?, ¿y cuántos pares sucios?