

Clase Auxiliar #11

Profesor: Raul Gouet B.

Auxiliares: Cristóbal Valenzuela M. y Raimundo Saona U.

P1. Teorema Central del Límite

En su pieza tiene usted una ventana corrediza que puede abrirse un metro. Se ha dado cuenta que en verano, todos los días 1.000 mosquitos golpean su ventana durante el día. Si usted abre la ventana sólo 20 cm. en la mañana.

- ¿Cuál cree que es la probabilidad de tener más de 500 mosquitos dentro de su pieza para cuando llegue en la noche?
- ¿Cuánto tiene que abrir la ventana para que la probabilidad de encontrarse 20 mosquitos o más sea menor a un medio?

P2. Desigualdad de Markov

Considere X, Y v.a. tal que $E(X) = 75$, $E(Y) = 75$, $\text{Var}(X) = 10$, $\text{Var}(Y) = 12$ y $\text{Cov}(X, Y) = -3$.
Acote de dos formas distintas $\mathbb{P}(|X - Y| > 15)$.

P3. Teorema del Límite Central

En un hospital un equipo de 3 doctores todos los días atienden exactamente 36 pacientes. El largo de cada consulta se puede modelar por una variable de Poisson de parámetro 30 (midiendo el tiempo de minutos) independiente del resto. Si definimos X por el tiempo utilizado por el equipo de médicos en el hospital,

- Calcule $E(X)$ y $\text{Var}(X)$.
- Estime $\mathbb{P}(X > 720)$.

P4. Cambio de variables

** Elija $k > 1$ **

Usted ve una multimillonaria acompañada de sus dos hijos en el casino. Ella ha pagado la suma de \$100.000 por jugar al siguiente juego: usted simplemente debe elegir un número al azar entre 0 y $\pi/2$, luego, una máquina genera otro número, independiente del suyo, al azar dentro del intervalo $[0, (\pi/2)^{1/k}]$. Finalmente se le paga una aproximación del cuadrado de la tangente de la resta entre su número, y el de la máquina elevado a k . Antes de jugar uno de sus hijos le propone decir 0, argumentando que así se podrá ganar el máximo dinero posible; por otro lado, su otro hijo le propone decir un número al azar entre 0 y $\pi/2$, argumentado que los algoritmos no deterministas son mejores a los deterministas.

Compare ambas estrategias en relación al dinero obtenido en esperanza y ofrézcale una asesoría matemática a la millonaria antes de que empiece a jugar.