Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA3403-1 Probabilidades y Estadística
06 de Noviembre de 2015

Clase Auxiliar #9

Profesor: Raul Gouet B.
Auxiliares: Cristóbal Valenzuela M. y Raimundo Saona U.

P1. Cambio de variable
Considere un cuadrado donde el largo de uno de sus lados es una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme entre 0 y 1, ¿cuál es el área del cuadrado?

P2. Cambio de variable
Considere que usted y su mejor amigo deben esperar la micro todos los días para llegar a la Universidad y nombre X e Y las variables que representan el tiempo esperado cada mañana por cada uno. Suponga que ambas variables son i.i.d y siguen una exponencial (λ), con $\lambda > 0$. Un día usted se pregunta por la proporción del tiempo que espera en relación al tiempo esperado por ambos (usted y su amigo), ¿debería ser parecida a $\frac{1}{2}$? Calcule la esperanza de esta cantidad.

P3. Cambio de variable
Considere un blanco cuadrado de aristas de largo 2 decímetros y suponga que le proponen el siguiente juego: a 10 metros de distancia usted lanza un dardo, si éste cae en las coordenadas coordenadas (X, Y), donde el origen está al centro del blanco, le pagan $\frac{1}{|XY|}$ en miles de pesos (aproximado); de lo contrario, no le pagan nada. Sabiendo que su habilidad para lazar el dardo es buena, pero no tanto, de manera que siempre alcanza el blanco, pero el dardo termina cayendo en una posición al azar siempre que lo tira, decida si le conviene jugar el juego muchas veces si es que el costo de jugar es de \$10.000.−

P4. Máximo de variables
Considere $(X_1, ..., X_n)$ vv.aa. i.i.d. Calcule la función de densidad de $max_i(X_i)$, ¿usaría cambio de variable?

En concreto, considere que X_i sigue una exponencial(λ), $i = 1, ..., n$, ¿cómo distribuye $max_i(-X_i)$?

Propuesto: ¿qué pasa con el mínimo?

P5. Variables correlacionadas (BONUS)
Imagínese que en su casa hay sólo cinco ventanas, todas corredizas y cada una de largo l_i. Suponga que cada día su madre una ventana al azar y le gusta dejar la ventana que abre "semi-abierta". Para modelar cuánto abre la ventana su madre, considere que cuando abre la venta i la distancia que deslizó la ventana su madre (L) sigue una distribución normal $(\frac{l_i}{2}, \sigma^2)$ truncada al intervalo $(0, l_i)$, donde σ^2 supóngalo fijo y conocido. Llamemos V a la variable aleatoria que indica la ventana que se abre.

- ¿Cómo distribuye V?
- ¿Cómo distribuye $L|V$? (¿Cuál es la densidad de L condicional a V?)
- ¿Cómo distribuye el vector (V, L)?
- Calcule: $E(V)$, $E(L|V)$, $E(L)$