

Clase Auxiliar #7

Profesor: Raul Gouet B.

Auxiliares: Cristóbal Valenzuela M. y Raimundo Saona U.

P1. Función de distribución

Piense que usted va a viajar con un amigo de vacaciones y van a utilizar su auto espacial para realizar el viaje a lo más lejos de la vía láctea. Pero su amigo es muy olvidadizo así que quizás partió sin usted. Su casa queda a sólo 1 km de la de su amigo. Piense en la distancia en km que hay entre su amigo y usted, como variable aleatoria, ¿cómo se la imagina?

Considere la función $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{x}{1+x} & x \geq 1 \end{cases}$$

- (a) Dibuje la función.
- (b) Verifique que es una distribución.
- (c) A continuación considere X una v.a. con tal distribución, ¿cuál es su soporte?
- (d) ¿Cuál es la probabilidad de que su amigo ya haya partido?
- (e) ¿Y que lleve exactamente 1km. de viaje?
- (f) ¿Y que aún lo esté esperando?
- (g) ¿cuál es la probabilidad de lleve entre 1 y 4 kms. sin contar los extremos?
- (h) ¿Y contando los extremos?

P2. Casino

Imagínese que está a cargo de la cocina de un hotel 5 estrellas en la India. Específicamente ahora debe decirle a los chefs cuánta comida deben preparar. Suponga que los pasajeros de su hotel comen almuerzo en el casino con una probabilidad $p \in (0, 1)$. Considere que el hotel tiene n pasajeros y X es el número de pasajeros que almuerzan hoy.

- (a) Indique qué distribución tiene X .
- (b) Calcule la función generadora de momentos de X .
- (c) ¿Cuántos almuerzos debe ordenar para que el 90% de los pasajeros tenga asegurado un almuerzo?

Bonus: ¿Cuál es la función generadora de momentos de una variable aleatoria normal de parámetros $(0,1)$?

P3. Esperanzas y Momentos

Considere la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \frac{x}{1+x} \mathbb{1}_{x>0}$$

- (a) Calcule el soporte de la variable aleatoria correspondiente (X).
- (b) Calcule la densidad f_X .
- (c) Calcule la esperanza de X .
- (d) Calcule la función generadora de momentos de X .

P4. Cambio de variable

Considere un cuadrado donde el largo de uno de sus lados es una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme entre 0 y 1.

- (a) ¿Cuál es el área del cuadrado?