

Clase Auxiliar #5

Profesor: Raul Gouet B.

Auxiliares: Cristóbal Valenzuela M. y Raimundo Saona U.

P1. Dados

Suponga que tiene n dados de k lados cada uno, todos idénticos entre sí, con k y n suficientemente grandes. Establezca el modelo que le parezca más adecuado en el que se modele comportamientos de los dados independientes entre sí y calcule la probabilidad de los siguientes eventos:

- (a) Del dado número 5 se obtenga un 6.
- (b) El máximo número obtenido sea a lo más 4.
Calcule explícitamente cuando $n = 5$, $k = 6$.
- (c) Se obtengan exactamente 3 dados que muestran 3.
Calcule explícitamente cuando $n = 5$, $k = 6$.
- (d) Se obtengan exactamente 5 dados que muestran 1 y 13 dados que muestran 4.
Calcule explícitamente cuando $n = 20$, $k = 4$.
- (e) Se obtengan d_i dados que muestran i , con $d_1 + \dots + d_k = n$.
- (f) Se obtiene por primera vez 7 en el dado número r , con $1 \leq r \leq n$.
Calcule explícitamente cuando $n = 1000$, $r = 5$, $k = 8000$.
- (g) Se obtiene por primera vez 7 en el dado r_1 y 8 por primera vez en el dado r_2 .
Calcule explícitamente cuando $n = 2000$, $r_1 = 10$, $r_2 = 14$, $k \in \{7, 15\}$.
- (h) r_i es la posición en donde se obtiene por primera vez s_i , con $i \in \{1, \dots, t\}$.
- (i) La suma de los resultados en cada dado sea Z .

P2. Variable aleatoria

Considere un espacio muestral $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$ y una probabilidad uniforme $\mathbb{P}$.

Definimos dos funciones $X_1, X_2 : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ por $X_1(x) = x_{mod 2}$ y $X_2(x) = \lfloor x/2 \rfloor$. Calcule los siguientes eventos:

- (a) $X_1 = 1$.
- (b) $X_2 = 1$.
- (c) $X_1 = 1$ y $X_2 = 1$
- (d) Calcule la función de probabilidad de las variables aleatorias $X_1 + X_2$ y $\max(X_1, X_2)$.

Bonus: Realice la pregunta 2 con las siguientes funciones de probabilidad:

$$\mathbb{P}(\{1\}) = 0, \mathbb{P}(\{2\}) = p, \mathbb{P}(\{3\}) = p, \mathbb{P}(\{4\}) = 1 - 2p$$

$$\mathbb{P}(\{1\}) = p^2, \mathbb{P}(\{2\}) = p - p^2, \mathbb{P}(\{3\}) = p - p^2, \mathbb{P}(\{4\}) = (1 - p)^2$$