

## Clase Auxiliar #3

**Profesor:** Raul Gouet B.

**Auxiliares:** Cristóbal Valenzuela M. y Raimundo Saona U.

### P1. Respondiendo al azar

Chapulín Colorado fue designado como rector de la Universidad de Chile y ahora todas las pruebas de la Universidad de Chile son con alternativas. En vista de la situación, un mechón toma el examen de egreso de post-doctorado en Topología y Geometría ofrecido por la facultad de ciencias. La prueba consiste en 40 preguntas de Verdadero y Falso, en donde el profesor ha dispuesto sólo 17 de ellas como verdaderas.

Al leer la prueba, el alumno se ve abrumado por la notación y decide que no entiende absolutamente nada.

- (a) Calcule la probabilidad que el alumno obtenga un 7,0.
- (b) Calcule la probabilidad que el alumno obtenga sobre 6,84.
- (c) Y si le dicen que sólo hay 17 verdaderas, ¿cambia su probabilidad?, ¿cómo?

### P2. Bolitas y cajas

Suponga que está jugando con su primo menor, en medio del desierto, y disponen sólo de 6 pelotas y 5 cajas de igual forma y colores distintos. El juego consiste en: primero, su primo ubica cada pelota en una caja; segundo, usted adivina cuántas pelotas hay en la caja número 1.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de adivinar diciendo "4"?
- (b) Si su primo tiene los ojos vendados cuando ubica las pelotas, ¿cómo cambia la probabilidad?
- (c) Ahora su primo decide hacer trampa y antes de ubicar las pelotas tira una moneda: si sale cara, coloca las 6 pelotas; si sale sello, coloca sólo 5 pelotas. ¿Cuál es la nueva probabilidad?

### P3. Comité y lider

Demuestre la siguiente igualdad combinatorial

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$$

Suponga que en un grupo de  $n$  persona se sigue el siguiente procedimiento: se elige una al azar para ser el líder, luego del resto se elige el equipo que lo va a acompañar (pudiendo ser éste de cualquier tamaño).

- (a) Establezca la probabilidad de que usted salga lider.
- (b) Calcule la probabilidad de que usted salga lider y le toque un equipo de 3 personas más.
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que usted forme parte de algún equipo?

### P4. Dados

Usted dispone de un dado y su amigo Juan es muy bueno en matemáticas, pues cada vez que lanza su dado Juan dice en voz alta la suma acumulada hasta el momento.

- (a) Si lanza el dado  $k$  veces, ¿cuál es la probabilidad que Juan diga el número  $(k+5)$  al final?
- (b) Si lanza el dado  $k$  veces, ¿cuál es la probabilidad que Juan piense el " $(k-1) + 6$  igual..." al final?
- (c) Si ahora, con probabilidad  $p$ , usted lanza 2 dados y, con probabilidad  $(1-p)$ , usted lanza 3 dados... en cualquier caso, ¿cuál es la probabilidad que Juan diga 7 al final?

### P5. Strings

¿Cuántos strings binarios de largo 10 contienen al menos 3 ceros o al menos 5 unos?