

## Clase Auxiliar #1

**Profesor:** Raul Gouet B.

**Auxiliares:** Cristóbal Valenzuela M. y Raimundo Saona U.

### P1. P1 Numerabilidad y Probabilidades

(a) Muestre que toda sucesión  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq P(\Omega)$  decreciente tiene límite y

$$\lim_n A_n = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$$

(b) Muestre que con  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq P(\Omega)$ , ahora creciente, entonces

$$\lim_n \mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n)$$

(c) Concluya

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \mathbb{P}(A_n) = 1 \implies \mathbb{P}(\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n) = 1$$

### P2. P2 Isla, 8 personas, cómo ser felices

En una isla hay sólo 8 personas.

Supongamos que todas son ermitañas, viven separadas del resto y ni si quiera saben que el resto existe. Además, cada día al despertar, cada uno por separado, prende el computador y echa a correr un programa que responde con probabilidad  $p$  ( $p \in (0, 1)$  un número fijo) una cara feliz, en tal caso está feliz todo ese día, o una cara triste con probabilidad  $(1-p)$ , en cuyo caso está triste. Nótese que todos tienen el mismo programa en sus computadores.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar 2 personas felices?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar  $n$  personas felices? ( $n \in \{0, 1, \dots, 8\}$ )

(c) ¿Y al menos 3 personas felices?

(d) ¿Y que sólo Felipe esté feliz? (Felipe está en la isla)

Ahora suponga que forman una sociedad y lo que hacen es: juntarse cada mañana, preguntarle al computador un número  $n$ , al azar entre 0 y 8, y se ponen de acuerdo para que ese día sólo hayan  $n$  personas felices, las demás tristes. ¿Cómo cambian las respuestas anteriores? ¿Se pueden responder todas las preguntas?