MA2002-05 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Rodrigo Lecaros L.
Auxiliar: Diego Marchant D.- Manuel Suil J.

"La vida es buena por sólo dos cosas: Descubrir y enseñar matemáticas"
- Simeon Poisson

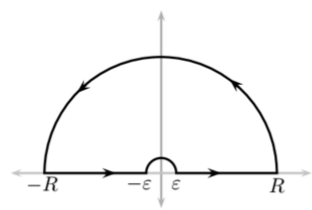
Auxiliar 7

9 de noviembre de 2015

1. Muestre que

$$\int_0^\infty \frac{sin(x)}{x}dx = \frac{\pi}{2}$$

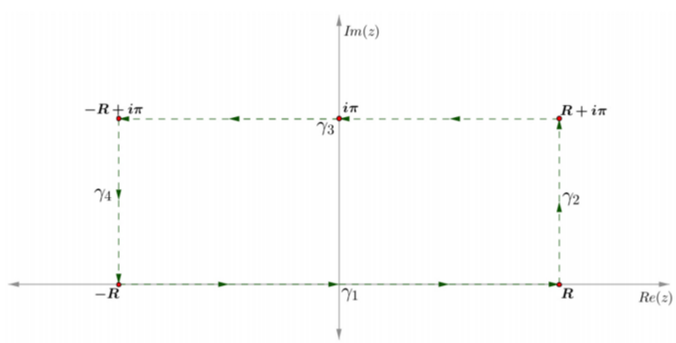
Indicación: Considere la integral de la función $f(z) = \frac{e^{iz}-1}{z}$ sobre el camino de la figura siguiente:



2. Demuestre que

$$\int_{-\infty}^\infty \frac{cos(x)}{e^x + e^{-x}}dx = \frac{\pi}{e^\pi + e^{-\pi}}$$

Para ello, estudie la integral de la función $f(x) = \frac{cos(z)}{e^z+e^{-z}}$ sobre $\Gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$ es el camino rectangular de la figura siguiente:



a) Calcule $\oint_\Gamma f(z)dz$. Para esto conviene verificar que f tiene polos simples en cada $z = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi i,\ k \in \mathbb{Z}$.
b) Estudie el comportamiento de las integrales de $f(z)$ en cada tramo de la curva, al hacer $R \to \infty$.
c) Deduzca, de lo anterior, el valor de la integral real solicitada.

3. Calcule el valor de

$$I_r = \oint_{\mathcal{C}_r} \frac{sen(\pi z^2) + cos(\pi z^2)}{(z-1)(z-2)}$$

donde $\mathcal{C}_r = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = r\}$. Analice los casos $0 < r < 1$, $1 < r < 2$ y $r > 2$.