MA2002-05 Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Profesor: Rodrigo Lecaros L.
Auxiliar: Diego Marchant D.- Manuel Suil J.

Auxiliar 5

30 de Octubre de 2015

1. *a*) Sea f holomorfa en $\mathbb{C}$. Pruebe que si $\mathbb{R}e(f)$, $\mathbb{I}m(f)$ o $|f|$ es constante, entonces f es constante.

   b) Si $z = 2e^{i\theta}$, para todo $\theta \in \mathbb{R}$, demuestre que

$$\frac{1}{|z^2 - 1|} \leq \frac{1}{3}$$

   Interprete el resultado geométricamente. Use el hecho que $|a - b| = |a| - |b|$.

2. Encuentre el máximo conjunto donde $f(z) = z\mathbb{R}e^2(z)$ es holomorfa.

3. Sea $f : D(0,1) \to \mathbb{C}$ dada por

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + z + 1}$$

   a) Pruebe que

$$f(z) = \frac{1}{i\sqrt{3}} \left(\frac{1}{z - e^{\frac{i2\pi}{3}}} - \frac{1}{z - e^{\frac{-i2\pi}{3}}} \right)$$

   b) Deduzca a través de series de potencias que

$$f(z) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(sen\left(\frac{2\pi}{3}\right) + sen\left(\frac{4\pi}{3}\right) z + sen\left(\frac{6\pi}{3}\right) z^2 + \cdots \right)$$