

MA1002-7 Cálculo Diferencial e Integral**Profesor:** Héctor Olivero.**Auxiliar:** Felipe Olivares, Sebastián Urzúa B.**Auxiliar 11**

20 de Noviembre de 2015

1. Resumen

Teorema 1 (Largo de curva). $L_a^b(f) = \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx$

Teorema 2 (Superficie del manto de un sólido de revolución). $A_a^b(f) = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + |f'(x)|^2} dx$

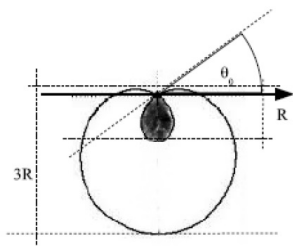
Definición 1 (Coordenadas Polares). Dados los reales r, ϕ , se determina el punto P del plano de coordenadas (x, y) mediante las fórmulas: $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$. El par (r, ϕ) corresponde a las coordenadas polares del punto P .

Proposición 1 (Área en polares). $A(R) = \frac{1}{2} \int_a^b f^2(\phi) d\phi$

Proposición 2 (Centro de Masa de una Superficie Plana). $X_G = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx}$, $Y_G = \frac{\int_a^b f^2(x)/2 dx}{\int_a^b f(x) dx}$.

2. Problemas

- P1.** Sea $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(0) = 0$ y la longitud de la curva $y = f(x)$ entre 0 y x es igual a $x^2 + 2x - f(x)$. Determine $f(x)$, y calcular el área bajo la curva $y = f(x)$ y su longitud entre $x = 0$ y $x = 1$.
- P2.** Dada la cardioide $\rho(\theta) = R - 2R \sin(\theta)$, $R > 0$, se pide calcular el área de la región achurada.
Indicación: Encuentre θ_0 tal que $\rho(\theta_0) = 0$



- P3.** Calcular el área exterior a $\rho_1 = 1 - \cos(\theta)$ e interior a $\rho_2 = \cos(\theta)$.
- P4.** Se tiene una región fija (generada por el área bajo la curva de una función f de área A). Demuestre que entonces el volumen de revolución en torno al eje OY se calcula como $2\pi A G_X$, y el volumen de revolución en torno al eje OX se calcula como $2\pi A G_Y$, donde G_X, G_Y son las coordenadas de los centros de masas correspondientes a la región de área A .