

MA1002-7 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Héctor Olivero

Auxiliar: Felipe Olivares, Sebastián Urzúa B.



Auxiliar 6

23 de Octubre de 2015

1. Resumen

Definición 1 (Primitiva). Una función F continua en un intervalo $I \subset \mathbb{R}$ y derivable en $\text{int}(I)$, se llama primitiva de una función f sobre I ssi $\forall x \in \text{int}(I)$, $F'(x) = f(x)$.

Teorema 1 (Cambio de variables). Si $u = g(x)$, entonces

$$\int f(u)du = \int (f \circ g)(x) \cdot g'(x)dx$$

Teorema 2 (Fórmula de Integración por partes). Sean u , v dos funciones, entonces:

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x).$$

2. Problemas

P1. Calcule las siguientes primitivas:

- $\int \frac{\sin(x) \cos(x) dx}{\sqrt{1+\sin(x)}}$
- $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$
- $\int \sin^2(x) dx$

P2. Calcule las siguientes primitivas

- (a) Usando fracciones parciales, $\int \frac{x}{(1+x^2)(1+x)}$.
- (b) Deducir una fórmula de recurrencia para $I_{m,n} = \int x^m (\ln(x))^n dx$
- (c) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$
- (d) $K_n = \int x^n \sqrt{x+1} dx$. Usar recurrencia y calcular explícito.