

**MA1002-7 Cálculo Diferencial e Integral****Profesor:** Héctor Olivero**Auxiliar:** Felipe Olivares, Sebastián Urzúa fcfm.pdf*“Never gonna give you up, never gonna let you down”* - Rick Astley

## Auxiliar 3

2 de Octubre de 2015

- P1. Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función dos veces derivable con  $f(2) = 0$ . Se define  $F(x) = (x-1)^2 f(x)$ . Aplicar TVM adecuadamente para encontrar  $\xi \in (1, 2)$  tal que  $F'(\xi) = 0$ .
- P2. Considere la función definida por  $f(x) = \frac{x}{\ln(x^2)}$ . Se pide:
- (i) Dominio, paridad, signos de  $f$ .
  - (ii) Continuidad, reparando donde corresponda
  - (iii) Cálculo de  $f'(x)$  para  $x \neq 0$  y, si es posible,  $f'(0)$ . Analice crecimientos. Encuentre máximos y mínimos.
  - (iv) Cálculo de  $f''(x)$ . Estudie convexidad, concavidad e inflexiones.
  - (v) Gráfico aproximado, señalando valores principales y recorrido.
- P3. Considere  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \ln(x)}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ \alpha & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

- (a) Determine el valor de  $\alpha$  definida para que  $f(x)$  sea continua en todo su dominio.
  - (b) Reemplazando el valor de  $\alpha$ , determine el valor de  $f'(x)$  en los puntos en que existe.
  - (c) Analice la continuidad de  $f'(x)$ .
- P4. Sean  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funciones derivables que cumplen las siguientes propiedades:
- (1)  $g(x) = xf(x) + 1$       (2)  $\forall x, y \in \mathbb{R} g(x+y) = g(x)g(y)$       (3)  $f(0) = 1$
- (i) Demuestre que  $g'(x) = g(x)$ .
  - (ii) Demuestre que  $\forall n \geq 1, xf^{(n)}(x) + nf^{(n-1)}(x) = g(x)$