

MA1002-7 Cálculo Diferencial e Integral**Profesor:** Héctor Olivero**Auxiliar:** Felipe Olivares, Sebastián Urzúa B.**Auxiliar 4****1. Problemas****P1.** Utilizando la derivada de la función $f(x) = x^{2n}$, pruebe que

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$$

P2. (i) Desarrolle mediante un polinomio de Taylor con resto, en torno a $x_0 = 0$, la función $f(x) = \sinh(x)$.(ii) Calcule $\sinh(1)$ con tres términos no nulos del desarrollo anterior y estime una cota para el error (puede usar $2,5 < e < 3$).**P3.** Sea ABC un triángulo de lados a , b , c , que se oponen a los vértices A , B , C respectivamente. Sea $\angle BAC = \alpha$. Pruebe que $\frac{da}{d\alpha} = h_a$, donde h_a es la altura que cae al lado a del triángulo.**P4.** Sea $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) \geq f(y) + g(y)(y - x)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.a) Muestre que $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $g(x)(y - x) \geq f(x) - f(y) \geq g(y)(y - x)$.b) Muestre que si g es acotada, entonces f es continua en todo $\mathbb{R}$.c) Pruebe que si g es continua en todo $\mathbb{R}$, y se tiene que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, con $a_n \neq a$, $\forall n$, entonces:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(a_n) - f(a)}{a_n - a} = -g(a).$$