MA1002-6 Cálculo Diferencial e Integral
Profesor : Juan Dávila B.
Auxiliar : Diego García S.

Auxiliar extra 6: La batalla final

17 de Diciembre de 2015

1. Problemas

1. Estudie la convergencia de las siguientes series:

   a) $\sum_{n=1} \frac{\sin n}{n^2}$

   b) $\sum_{n=1} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

   c) $\sum_{n=1} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

   d) $\sum_{n=1} e^{-n^2}$

   e) $\sum_{n=1} (-1)^n arctg(\frac{1}{2n+1})$

   f) $\sum_{n=1} \frac{1+\sqrt{n}}{(n+1)^3-1}$

2. Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de términos no negativos y tales que $\sum a_n$ converge.

   a) Pruebe que la serie $\sum a_n^2$ converge.

   b) Pruebe que las series $\sum \frac{a_n}{a_n+1}$ y $\sum \frac{a_n}{1-a_n}$ son convergentes dado que $a_n \neq 1 \ \ \forall n \in \mathbb{N}$.

3. Demuestre que la serie de potencias $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ está definida para todo $x \in \mathbb{R}$ y que su función suma $f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ cumple la ecuación:
$$f'(x) = x + f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

4. Considere la función $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x) = \int_0^x \frac{e^{xt}-1}{t} dt$$
   Demuestre que f está bien definida y que es derivable en $[0, \infty)$. Calcule $f'(x)$ y verifique que f es estríctamente creciente en $[0, \infty)$.

5. Considere la curva $\Gamma \subset \mathbb{R}^2$ parametrizada por
$$\vec{r} = (\int_0^t \cos \frac{u^2}{2c^2} du, \int_0^t \sin \frac{u^2}{2c^2} du) \ \ t \in [0, \infty)$$
   donde c es una constante positiva. Encuentre los vectores tangente, normal y binormal.

6. Aquí terminan las auxiliares, mucha suerte mañana y en el resto de su paso por la U. Gracias totales.