

MA1002-6 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor : Juan Dávila B.

Auxiliar : Diego García S.



Auxiliar 11: integrales impropias

27 de Septiembre de 2015

1. Problemas

1. Estudie la convergencia de las siguientes integrales:

$$a) \int_0^{\infty} t \sin t e^{-t} dt$$

$$b) \int_1^{\infty} \frac{e^{-x^4}}{1+x^4} dx$$

$$c) \int_0^1 \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}} dx$$

$$d) \int_0^{\infty} \frac{\text{Ln}(x)}{x^2+1} dx$$

2. (P2-(b) C3 Primavera 2014). Considere la región Ω encerrada entre la curva $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ y su asíntota horizontal.

a) Demuestre que el área de la región Ω existe y calcúlela.

b) Averigüe si existe o no el volumen del sólido engendrado por la rotación de la región Ω en torno al eje OY .

3. Demuestre el siguiente resultado:

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Indicación: Puede ser útil la siguiente función:

$$F(x) = \left(\int_0^x e^{-t^2} dt \right)^2 + \int_0^1 \frac{e^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2} dt$$

y su derivada $F'(x)$.

4. (La trompeta de gabriel). Considere el sólido definido como la revolución de la curva $y = 1/x$ a través del eje x . Averigüe si existe el volumen de este sólido, averigüe si existe el área de superficie de este sólido. Calcule estos valores de existir. ¿No le llaman la atención sus resultados? ¿Por qué?.

2. Problemas propuestos

1. Estudie la convergencia de las siguientes integrales

$$\int_0^1 \cos(1/t)^2 dt$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{arcTg}(x)}{x^{3/2}} dx$$