MA1002-6 Cálculo Diferencial e Integral
Profesor : Juan Dávila B.
Auxiliar : Diego García S.

Auxiliar 3^2: Aplicaciones de la integral y coordenadas polares

13 de Noviembre de 2015

1. Resumen

1. Rectificación:
$$L_a^b(f) = \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)}dx$$

2. Superficie del manto de un sólido de revolución:
$$S_a^b(f) = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + f'^2(x)}dx$$

3. coordenadas polares, expresión del área en polares con $r = f(\phi)$:
$$x = r\cos\phi \qquad y = r\sin\phi$$
$$A = \frac{1}{2}\int_a^b f^2(\phi)d\phi$$

4. Centro de gravedad de una área plana:
$$X_G = \frac{\int_a^b xf(x)dx}{\int_a^b f(x)dx} \qquad Y_G = \frac{\int_a^b f^2(x)/2dx}{\int_a^b f(x)dx}$$

2. Problemas

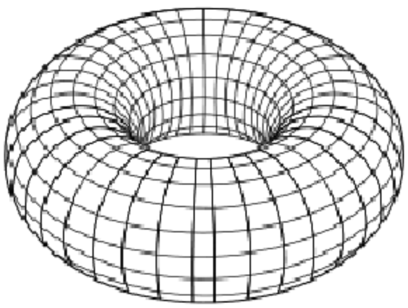
1. Calcule la longitud de la porción de curva definida por $y = f(x) = \cosh x$ entre $x = 0$ y $x = 1$.

2. Grafique las siguientes curvas:
   a) $r(\phi) = 3 + 3\cos\phi$
   b) $r(\phi) = 4 + 3\cos\phi$
   c) $r(\phi) = 2 + 4\sin\phi$
   d) $x(\phi) = e^\phi\cos\phi \quad y = e^\phi\sin\phi$
   e) $r(\phi) = \sin 2\phi$

3. Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ tal que $f(1) = 0$ y la longitud de la curva $y = f(x)$ entre 1 y x es igual a $Ln(x) + x - f(x)$. Determinar f.

4. Calcule el área de las siguientes regiones:
   a) Una de las hojas de la curva definida en P2 e).
   b) circunferencia de radio r.
   c) cardioide $r(\phi) = 2 - 2\sin\phi$

5. Considere un toroide (véase la figura) con radio exterior R y radio interior r, por definición $R > r$. Calcule el área de su superficie.



6. Determinar el centro de gravedad de la región limitada por $y = 1$, $x = 0$ y $y(x) = e^{x(Ln(2))} - 1$

3. Problemas propuestos

1. **(P2-(a) C3 Primavera 2014)**. Sea $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$, diferenciable con derivada continua en $\mathbb{R}$ y $f(0) = 1$. Si la longitud de la curva $y = f(x)$ entre 0 y x es igual a $e^x - f(x)$, determine $f(x)$.

2. Calcule el área de superficie de un cono con semiángulo α y altura h.