

MA1002-6 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor : Juan Dávila B.

Auxiliar : Diego García S.



Auxiliar extra 3: Repaso control 2

3 de Noviembre de 2015

1. Problemas

1. Demuestre que si:

$$a) I_n = \int \frac{(\cos u)^n}{\sen u} du \implies I_n = \frac{(\cos u)^{n-1}}{n-1} + I_{n-2}$$

$$b) I_n = \int (Tgh(u))^n du \implies I_n = -\frac{Tgh(u)^{n-1}}{n-1} + I_{n-2}$$

2. Considere la región limitada por las parábolas $x^2 = 2(y - 3)$ y $x^2 = y$. Calcule el volúmen del sólido generado al rotar esta región alrededor del eje y

3. Considere una esfera de radio r . Esta se corta con un plano paralelo al eje xy a una altura $r - h$ arriba de su centro. Demuestre que el volumen de la porción superior es:

$$V = \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$$

4. Sea a un número positivo cualquiera y sean $f_1, g_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones integrables con f_1 par y g_1 impar. Muestre que:

$$a) \int_{-a}^a f_1(x) dx = 2 \int_0^a f_1(x) dx \quad \int_{-a}^a g_1(x) dx = 0$$

$$b) f_2(x) := \int_0^x f_2(t) dt \text{ es impar} \quad g_2(x) := \int_0^x g_1(t) dt \text{ es par}$$

Usando los resultados anteriores calcule:

$$\int_{-\pi Ln(5)}^{\pi Ln(5)} \left[\int_0^x u^2 \frac{Cosh(u - 7u^3)}{(Sin(u))^2 + Tgh(u + 1) - Tgh(u - 1)} du \right] dx$$

5. Usando una familia de particiones equiespaciadas calcule $\int_a^b e^{-x} dx$

6. Calcule las siguientes sumas de Riemann

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{k+n}{n^3}}$$

7. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como:

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Demuestre que $f(x)$ es integrable en cualquier intervalo (a, b) y además:

$$\int_0^1 f(x) dx = f(1) - \frac{e-1}{2e}$$

Use este resultado para encontrar una cota inferior para $\int_0^1 e^{-x^2} dx$.