

MA1002-6 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor : Juan Dávila B.

Auxiliar : Diego García S.



Auxiliar 6: Primitivas

23 de Octubre de 2015

1. Resumen

1. El cambio de variable:

$$t = \operatorname{Tg}(\theta/2) \quad \operatorname{Sen}(\theta) = \frac{2t}{1+t^2} \quad \operatorname{Cos}(\theta) = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad d\theta = \frac{2dt}{1+t^2}$$

transforma una integral racional de senos y cosenos en una integral racional en la variable t , la cual en principio puede resolverse por fracciones parciales

2. Problemas

1. Sean $f_1, f_2 : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ funciones diferenciables que no se anulan en ningún punto de su dominio tales que se cumple:

$$f_1'(x)f_2(x) = f_2'(x)f_1(x)$$

Demuestre que $f_1 = Cf_2$ donde C es algún número positivo.

2. Ocupando el método de fracciones parciales encuentre las siguientes primitivas (puede ser útil hacer antes un cambio de variable):

a) $\int \frac{1}{x^3 + x} dx$

b) $\int \frac{x^3}{(x^2 + x - 2)} dx$

c) $\int \frac{x^2}{x^4 - 1} dx$

d) $\int \frac{4x^4 + x + 1}{x^5 + x^4} dx$

e) $\int \frac{\operatorname{Sen}(\theta)}{2 + \operatorname{Cos}(\theta)} d\theta$

f) $\int \frac{1}{5 + 4\operatorname{Cos}(\phi)} d\phi$

3. Pruebe que si $p(x)$ es un polinomio, entonces la sustitución $u^n = (ax + b)/(cx + d)$ transforma la integral

$$\int p(x) \left(\frac{ax + b}{cx + d} \right)^{1/n} dx$$

en la integral de una función racional de u .

4. Encuentre las siguientes primitivas bajo el método de su gusto:

a) $\int e^{\alpha x} \sin(\beta x) dx$

b) $\int \cos(\ln \alpha) d\alpha$

c) $\int \frac{1}{1 + e^y + e^{-y}} dy$

d) $\int \frac{\arctan(x)}{x^2} dx$

3. Problemas propuestos

1. Encuentre:

$$\int e^{\alpha x} \cos(\beta x) dx$$