MA1002-6 Cálculo Diferencial e Integral
Profesor : Juan Dávila B.
Auxiliar : Diego García S.

Auxiliar 4: repaso control 1

9 de Octubre de 2015

1. Problemas

1. Sea $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = (\frac{1}{x} - 1)Ln(x) + \frac{1}{x}$$

El objetivo del ejercicio es graficar esta función del modo mas preciso posible, para ello estudie: monotonía, la existencia de máximos y mínimos, concavidad y sus cambios y el comportamiento de la función cuando $x \to \infty$ y cuando $x \to 0^+$

2. Sea $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) \geq f(y) + g(y)(y - x)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$

   a) Muestre que $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $g(x)(y - x) \geq f(x) - f(y) \geq g(y)(y - x)$.

   b) Muestre que si g es acotada, entonces f es continua en todo $\mathbb{R}$

   c) Pruebe que si g es continua en todo $\mathbb{R}$, y se tiene que $\lim_{n\to\infty} a_n = a$, con $a_n \neq a, \forall n$, entonces:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(a_n) - f(a)}{a_n - a} = -g(a)$$

3. Suponga que existen k puntos diferentes de $[a, b]$ en los que la función derivable f se anula. Demuestre que f' se anula en al menos $k - 1$ puntos de (a, b).

4. Considere la familia de triángulos isóceles con lados repetidos de longitud a. Demuestre que entre todos estos triángulos existe uno con área máxima, calcúlela.

5. demuestre que existe una única raíz de la ecuación

$$xLn(x) - x + (\frac{2}{\pi})arcTg(x) = 0$$

para $x > 1$. Puede usar que $|arcTg(x)| < \frac{\pi}{2}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

6. Suponga que n es un entero positivo fijo mayor que 1. Demuestre que la curva $y = x^n e^{-x}$ tiene un solo máximo local y un solo punto de inflexión para $x > 0$, y además tiene el eje x como asíntota.