MA1002-2 Cálculo Diferencial e Integral
Profesor: Patricio Felmer A.
Auxiliar: Diego Marchant D.

"Nosotros queremos saber lo que va a pasar, de dónde venimos y hacia dónde vamos y la matemática te aporta en esa gran pregunta" - Patricio Felmer

Auxiliar 14

15 de Diciembre de 2015

1. Para estudiar la convergencia de la integral impropia $\int_1^\infty f(x)dx$ donde

$$f(x) = \frac{(x-[x])^x}{x+1}$$

realice lo siguiente:

   a) Pruebe que para todo $n \in \mathbb{N}$, f se acota del modo siguiente

$$0 \leq f(x) \leq \frac{(x-n)^n}{n+1} \quad \forall x \in [n, n+1)$$

   b) Pruebe que para todo $n \in \mathbb{N}$

$$\int_n^{n+1} f(x)dx \leq \frac{1}{(n+1)^2}$$

   c) Si llamamos $\{s_n\}$ a la sucesión definida por $s_n = \int_1^{n+1} f(x)dx$, pruebe que $\{s_n\}$ es convergente.

   d) Concluya que la integral impropia es convergente.

2. *a*) Demuestre que para todo real p, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{pn}}{n!}$ converge.

   b) Estudie la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1+\frac{10}{n}\right)^{n^2}}{n!}$$

3. Considere la función

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - arctg(x), \quad \forall x > 0$$

   a) Demuestre que la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ de término general $a_n = (-1)^n f(n)$ converge

   b) Calcule el límite $\lim_{x\to\infty} xf(x)$ y úselo para demostrar que la serie de la parte anterior no converge absolutamente.