MA1002-2 Cálculo Diferencial e Integral
Profesor: Patricio Felmer A.
Auxiliar: Diego Marchant D.

"La matemática no es real pero parece real, ¿Dónde está ese lugar?" -
Richard Feynman

Auxiliar 11

24 de Noviembre de 2015

1. Considere un alambre definido por la parametrización

$$\vec{r}(t) = \left(tsen(t), tcos(t), \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2} \right)$$

Calcule el largo L y la masa M del alambre, sabiendo que su densidad está dada por la ecuación $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$.

2. Considere la curva definida por la parametrización

$$\vec{r}(t) = \left(e^{-t}cos(t), e^{-t}sen(t), e^{-t} \right)$$

a) Demuestre que en cada punto de la curva, el vector tangente forma un ángulo constante con el vector $\vec{r}(t)/\|\vec{r}(t)\|$.

b) Calcular la longitud de curva entre $t = 0$ y el instante en que su altura se reduce a la mitad de la inicial.

c) Calcule el triedro de Frenet y sus factores escalares (curvatura y torsión).

1. Resumen

1.1. Elementos importantes del cálculo vectorial

1. Parametrización en longitud de arco:

Vector Tangente: $T(s) = \frac{d\vec{\sigma}}{ds}(s)$

Curvatura: $\kappa(s) = \|\frac{dT}{ds}(s)\|$

Vector Normal: $N(s) = \frac{dT}{ds}(s)/\|\frac{dT}{ds}(s)\|$

Vector Binormal: $B = T \times N$

Torsión: $\tau(s) = -N(s) \cdot \frac{dB}{ds}(s)$

2. Parametrización cualquiera:

Vector Tangente: $T(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t)/\|\frac{d\vec{r}}{dt}(t)\|$

Curvatura: $\kappa(t) = \|\frac{dT}{dt}(t)\|/\frac{ds}{dt}(t)$

Vector Normal: $N(t) = \frac{dT}{dt}(t)/\|\frac{dT}{dt}(t)\|$

Vector Binormal: $B = T \times N$

Torsión: $\tau(s) = -N(t) \cdot (\frac{dB}{dt}(t)/\frac{ds}{dt}(t))$