

MA1002-2 Cálculo Diferencial e Integral**Profesor:** Patricio Felmer A.**Auxiliar:** Diego Marchant D.

“Matemáticos: De pie sobre los hombros de los demás” - Carl Friedrich Gauss

Auxiliar Extra 1

7 de Octubre de 2015

1. Considere la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ \text{sen}(bx) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- a) Determine los valores de a y b para que f sea derivable en todo $\mathbb{R}$.
b) Encuentre el polinomio de Taylor de orden 2 de f en torno a $x_0 = 0$.
2. a) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función dos veces derivable en todo $\mathbb{R}$, tal que, $\forall x \in \mathbb{R}$, $f''(x) + f(x) = 0$.
i) Considere la función $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$F(x) = f(x) - f(0)\cos(x) - f'(0)\sin(x)$$

Demuestre que F es dos veces derivable y que $\forall x \in \mathbb{R}$, $F''(x) + F(x) = 0$

- ii) Demuestre que $\forall x \in \mathbb{R}$, $(F'(x))^2 + (F(x))^2 = k \in \mathbb{R}$ constante. Determine el valor de la constante k . Concluya que para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = f(0)\cos(x) + f'(0)\sin(x)$.
- b) Considere la función $f(t) = u(t) - v(t)$, donde las funciones $u, v : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ son diferenciables en $(0, T)$ y tales que $u(0) = v(0)$ y $u(T) = v(T)$. Demuestre que existe $t_0 \in [0, T]$ tal que $u'(t_0) = v'(t_0)$.
3. Determine el máximo volumen de un cilindro de radio r y altura h donde las variables h y r satisfacen la ecuación $ar + bh = ab$, con $a, b > 0$.