

MA1002-2 Cálculo Diferencial e Integral**Profesor:** Patricio Felmer A.**Auxiliar:** Diego Marchant D.

“El estudio profundo de la naturaleza es la fuente más fértil de descubrimientos matemáticos” - Joseph Fourier

Auxiliar 3

24 de Septiembre de 2015

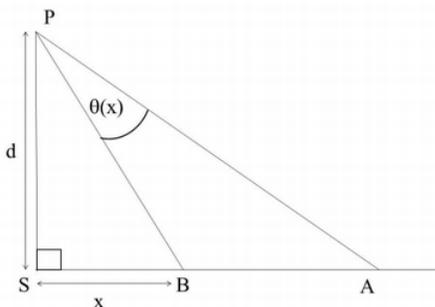
1. a) Use TVM en la función $f(x) = \ln(|x|)$ en el intervalo $[x, x + 1]$ para probar que

$$\frac{1}{x+1} < \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) < \frac{1}{x} \quad \forall x \in (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$$

- b) Sea f una función diferenciable en \mathbb{R} tal que $f(x)\cos(x) \geq 0$

- i) Demuestre que f tiene un número infinito de ceros en \mathbb{R} .
 ii) Demuestre que la derivada de f también tiene un número infinito de ceros.

2. Un observador está en un punto P alejado una distancia d de una pista. Dos corredores A y B parten del punto S de la figura y corren a lo largo de la pista. El corredor A lo hace tres veces más rápido que el corredor B .



- a) Determine la función $\theta(x)$ indicada en la figura y calcule su máximo. Justifique que es un máximo y que éste es global.
 b) Estudie qué pasa con $\theta(x)$ cuando los corredores han recorrido una gran distancia.
3. Estudie completamente (dominio, recorrido, ceros, asíntotas, diferenciability, monotonía, puntos críticos, máximos y mínimos y gráfico) la función

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(x-1)}$$