Pauta ejercicio 1

P1)

i) Por definición del coeficiente m (razón entre componente centrífugo y gravitacional), se tiene:

$$m=\frac{\omega^2 a^3}{GM} \rightarrow a=\left(\frac{mGMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

$$m=3.4425\times10^{-3} \quad ; \quad GM=39.86005\times10^{13} m^3 s^{-2}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}, \quad T=24\,hr \quad (86400\,s)$$

$$\rightarrow a=6378.1270\,km$$

ii) El valor del radio vector al punto P sobre el elipsoide a la latitud geocéntrica 37°58':

Utilizando la definición del coeficiente de achatameinto f, tenemos:

$$f=\frac{a-c}{a}=\frac{6378.127-6356.742}{6378.127}=3.3529\times10^{-3}$$

iii) el radio vector sobre el elipsoide a la latitud del punto P es:

$$r_P=6378.127\times\left(1-f\times\sin^2\varphi\right)$$

$$\rightarrow r_P=6378.127\times\left(1-3.3539\times10^{-3}\times\sin^2 37.9°\right)=6370.031\,km$$

i) el valor del coef. J_2

Como

$$f=\frac{3}{2}J_2+\frac{m}{2}$$

$$\rightarrow J_2=1.0878\times10^{-3}$$

P2) Esta pregunta se puede hacer con lo que vimos en la axuiliares mas lo correcion de aire libre (ppt de gravedad 2 del profe) aire libre (cualquier pregunta a mi mail) y se los respondo a la brevedad

P3) Bajo el supiesto de un planeta sin rotación, tenemos:

(a) El exceso de masa M' correspondiente al núcleo c/r al resto del planeta es:

$$M'=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3\left(5\rho-\rho\right)=\frac{16}{24}\pi\rho a^3=\frac{M}{2}$$

(b) El potencial gravitacional debido al planeta de masa M y al núcleo descentrado con exceso de masa M’=M/2 es:

$$V = \frac{GM}{r} + \frac{GM'}{q}$$

$$\text{como } \frac{1}{q} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{2r}\cos\theta + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2r}\right)^2\left(3\cos^2\theta - 1\right)\right)$$

$$\rightarrow V = \frac{GM}{r} + \frac{GM}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{a}{2r^2}\cos\theta + \frac{1}{4}\frac{a^2}{4r^3}\left(3\cos^2\theta - 1\right)\right)$$

(c) Para encontrar los coeficientes J de masa, seguimos la indicación dada para la aproximación de 1er orden en término de los armónicos esféricos:

$$V = \frac{GM}{a}\left(J_0\left(\frac{a}{r}\right) + J_1\left(\frac{a}{r}\right)^2\cos\theta + J_2\frac{1}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^3\left(3\cos^2\theta - 1\right)\right)$$

Podemos entonces reconocer los coeficientes de masa :

$$J_0 = \frac{3}{2}$$

$$J_1 = \frac{1}{4}$$

$$J_2 = \frac{1}{16}$$

(d) Para calcular las expresiones de la aceleración de gravedad en el “Ecuador” de este planeta, sólo se requiere encontrar las expresiones analíticas de las derivadas:

$$g_r = \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{GM}{a^2}\left(-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\cos\theta - \frac{3}{32}\left(3\cos^2\theta - 1\right)\right)$$

$$g_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{GM}{a^2}\left(-\frac{1}{4}\sin\theta - \frac{3}{16}\cos\theta\sin\theta\right)$$

En el Ecuador θ=90 (co-latitud)

$$g_r = -\frac{45GM}{32a^2}$$

$$g_\theta = -\frac{GM}{4a^2}$$

P4)

(a) Es la hipótesis alternativa de la ocurrencia de enormes erupciones en el pasado en la zona de Deccan (India). Las evidencias provienen de extensas regiones cubiertas de lavas debido a estas grandes erupciones, las que junto a una secuencia de impactos de meteorítos, conformaron el dúo aniquilador que actuó al final del período Cretáceo, hace 65 millones de años, y que en particular permite explicar la extinción de los dinosaurios.
Ambos sucesos re-instaló el antiguo debate científico entre las escuelas de Francia (Cuvier) y la Inglesa (Lyell) sobre la ocurrencia de fenómenos catastróficos v/s uniformismo.
El científico francés V. Curtillot fue quien propuso esta idea de grandes erupciones volcánicas que al inyectar grandes cantidades de material particulado en la atmósfera, alteraba fuertemente la insolación solar y el clima; Otros investigadores, como Gerta Keller (Universidad de Princeton), presentaron evidencias en la AGU, San Francisco, USA, en 2009 , proponiendo que en realidad el meteorito responsable del cráter Chicxulub impactó 300.000 años antes de producirse la gran extinción.

(b) La fracción de energía solar absorbida por la Tierra corresponde a 0.6=(1-A), donde A es el albedo que en este caso es 0.4 (40%). Por lo tanto si hay un balance entre la energía solar que llega a la superficie del planeta y la radiada en la aproximación de radiación de Bolzmann (o de cuerpo negro), se tendrá entonces:

$$\sigma 4\pi R_{Sol}^2 T_{Sol}^4 \left(\frac{\pi R_{Tierra}^2}{4\pi D_{Sol}^2} \right) \times 0.6 = \sigma 4\pi R_{Tierra}^2 T_{Tierra}^4$$

$$\rightarrow T_{Tierra} = \sqrt[4]{0.6}\sqrt{\frac{R_{Sol}}{2D}} \approx 280K \ (\sim 13°C)$$

Así, despejando para D (distancia Tierra – Sol) para obtener una temperatura promedio de ~13 ℃ (280 K) bajo la condicion de radiación de Bolzmann, D=10.9x10^8 km.