

PACUTA

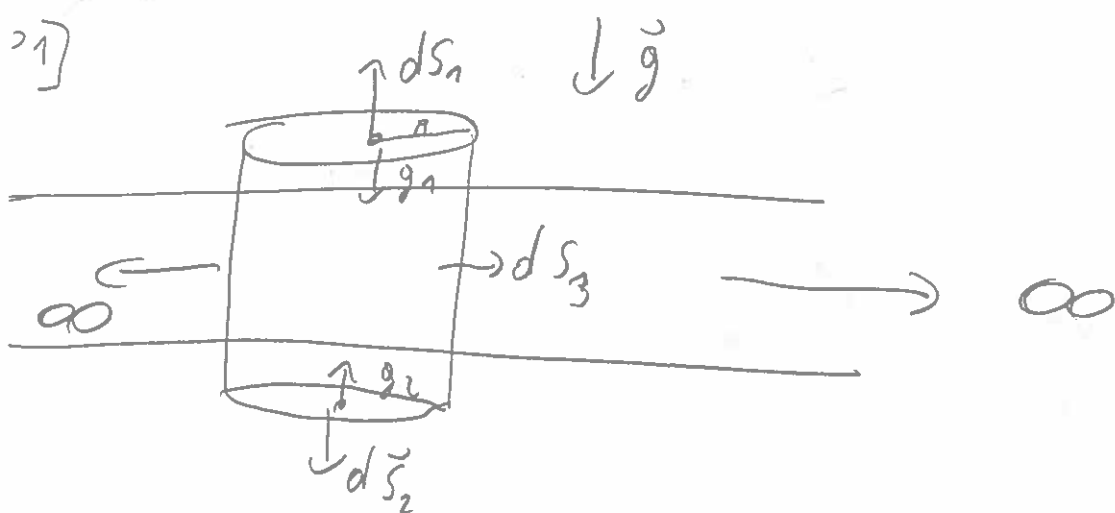
AUXILIAR 2

BSTEBAN MORA DIAZ

20] PARA FUTUROS CÁLCULOS, TENDREMOS EN CUENTA LA GRAVEDAD PROVOCA DA X' UNA MASA ANÓMALA DADA POR LA LEY DE GAUSS

$$\Rightarrow \int_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G (M) \rightarrow \text{MASA ENCERRADA}$$

↳ PRODUCTO PUNTO ($|\vec{g}| |d\vec{S}| \cos(\theta)$)



POR LEY DE GAUSS

$$\int_{S_1} \vec{g}_1 \cdot d\vec{S}_1 + \int_{S_2} \vec{g}_2 \cdot d\vec{S}_2 + \int_{S_3} \vec{g} \cdot d\vec{S}_3 = -4\pi G M$$

$$\Rightarrow |\vec{g}_1| = |\vec{g}_2| ; \int_{S_1} \vec{g}_1 \cdot d\vec{S}_1 = - \int_{S_1} g_1 \cdot dS_1$$
$$\int_{S_2} \vec{g}_2 \cdot d\vec{S}_2 = - \int_{S_2} g_2 \cdot dS_2$$

$$\int_{S_1} \vec{g} \cdot d\vec{s}_1 = 0$$

$$\Rightarrow - \int_{S_1} g_1 \cdot dS_1 - \int_{S_2} g_2 \cdot dS_2 = -2g \cdot A \quad / \text{ DADO QUE } S_1 = S_2 = A$$

$$\Rightarrow -4\pi G M = -4\pi G \rho (A \cdot h)$$

ENTONCES

$$-2g \cdot A = -4\pi G \rho (A \cdot h)$$

$$\boxed{g = 2\pi G \rho \cdot h} \quad / \text{ Con } h \text{ LA ALTURA DEL CILINDRO}$$

P2]



$$\int \vec{g} \cdot d\vec{s} = -4\pi G M$$

$$\int_{\text{CARAS}} \vec{g} \cdot d\vec{s}_{\text{CARAS}} + \int_{\text{LATERAL}} \vec{g} \cdot d\vec{s}_{\text{LATERAL}} = -g 2\pi r \cdot h$$

0 (POR PRODUCTO PUNTO)

De esto último

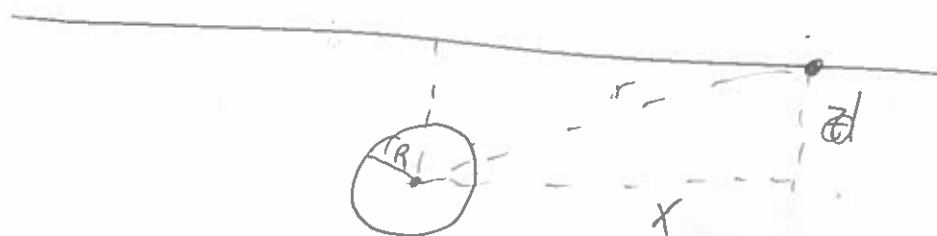
$$-g 2\pi r h = -4\pi G (\rho \pi R^2 h)$$

$$g = \frac{2 G \rho \pi R^2}{r}$$

Sin embargo nosotros queremos la
GRAVEDAD en z , por ende lo multiplicamos
por el $\cos(\alpha) = \frac{z}{r}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g_z &= \frac{2 G \rho \pi R^2}{r} \cdot \cos(\alpha) = \frac{2 G \rho \pi R^2}{r} \cdot \frac{z}{r} \\ &= \frac{2 G \rho \pi R^2 \cdot z}{r^2} \\ &= \frac{2 G \rho \pi R^2 \cdot z}{x^2 + z^2} // \end{aligned}$$

3) POR GAUSS



$$\int_S \vec{g} \cdot d\vec{s} = -4\pi G M$$

$$-g(4\pi r^2) = -4\pi G M$$

$$g = \frac{G M}{r^2}$$

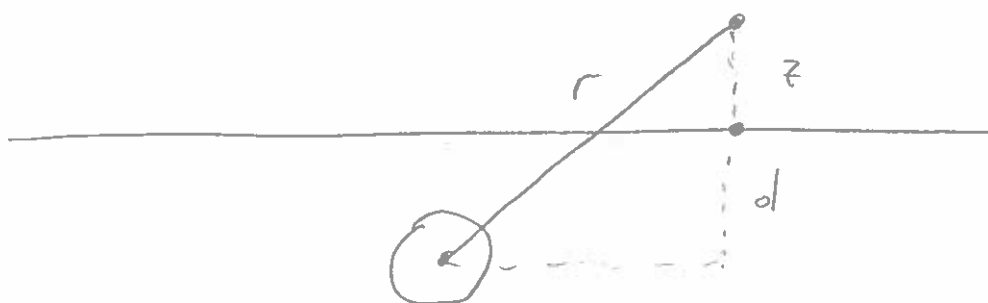
$$g = \frac{G}{r^2} \left(\frac{4}{3} \rho \pi R^3 \right)$$

pero queremos $g_z \Rightarrow$ multiplicamos x)

$$\frac{z}{r} = \cos(\theta)$$

$$g_z = \frac{G}{r^3} \left(\frac{4}{3} \rho \pi R^3 \right) = \frac{G}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \left(\frac{4}{3} \rho \pi R^3 \right)$$

Por INTEGRACIÓN: Cambiamos un poco los PARÁMETROS



$$U = \frac{G \Delta M}{r} = \frac{G \Delta M}{\sqrt{(z+d)^2 + x^2}}$$

(5) r e Cor dan do q uo $g = -\nabla U$

Per o $g_z = \frac{\partial U}{\partial z}$

$$\Rightarrow g_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = - \left(-\frac{1}{2} \frac{6M}{((z+d)^2 + x^2)^{3/2}} \cdot 2(z+d) \right)$$

$$= \frac{6M(z+d)}{((z+d)^2 + x^2)^{3/2}} \quad ; \quad z=0$$

$$= \frac{6Md}{(d^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{6\rho\pi R^3 d}{(d^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \frac{4}{3}$$

