

## Mecánica Estadística

### Tarea 8 — Entrega 14 de noviembre de 2015

Profesor: Rodrigo Soto

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

**[P1] Temperatura de Fermi.** La temperatura de Fermi se define como  $T_F = \varepsilon_F/k_B$ , donde la energía de Fermi corresponde al potencial químico a temperatura nula,  $\varepsilon_F = \mu(T = 0)$ . Usando la relación entre la densidad de partículas y el potencial químico, calcule  $T_F$  para los siguientes gases de fermiones:

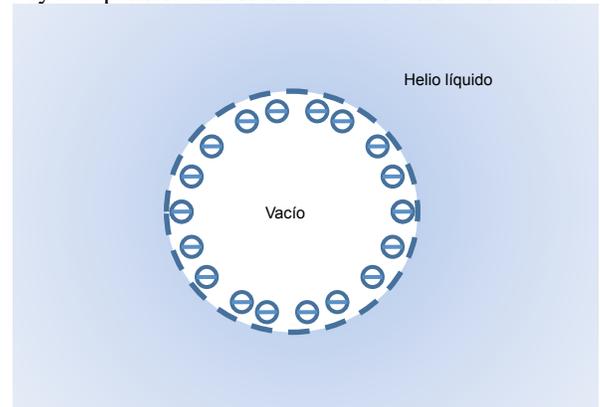
- Los electrones de valencia del cobre metálico.
- Los neutrones de una estrella de neutrones.
- Los nucleones (protones y neutrones) del núcleo de plomo.

**[P2] Paramagnetismo de Pauli.** Considere un gas de electrones (spin  $1/2$ ) de densidad  $n$  que se mueven en tres dimensiones. Se aplica un campo magnético  $B$  en la dirección  $z$ , de manera que los electrones interactúan con él con una energía  $-\lambda B s_z$ , donde  $\lambda$  es la susceptibilidad magnética de los electrones. Represente gráficamente la ocupación de los niveles de energía para spin  $1/2$  y  $-1/2$  del gas de electrones a temperatura nula. Calcule la magnetización del gas de electrones y muestre que para campo pequeño la respuesta es paramagnética.

**[P3] Presión colisional.** Al igual como se realizó en clase auxiliar para un gas clásico con distribución de Maxwell–Boltzmann, calcule la presión de un gas de fermiones no relativista completamente degenerado. Considere que los fermiones chocan con una pared y se reflejan elásticamente para calcular la fuerza promedio que ejercen contra la pared.

**[P4] Burbujas electrónicas en  $^4\text{He}$ .** Un fenómeno interesante es el que manifiestan los electrones al ser insertados en  $^4\text{He}$  líquido. Una interacción dieléctrica resulta en la atracción de los electrones hacia la superficie del Helio. En tanto, la gran repulsión de corto alcance se manifiesta en la impenetrabilidad de los electrones hacia el  $^4\text{He}$  líquido. De este modo el gas electrónico se

adsorbe en la superficie del  $^4\text{He}$  líquido y forma una muy buena realización de un gas de electrones en 2D. La única forma en que un grupo de electrones pueda penetrar más allá de la superficie es mediante la organización de una estructura entre los electrones y las moléculas de Helio. Estas estructuras son burbujas en cuyas superficies interiores se adsorben los electrones.



Comencemos estudiando un problema idealizado matemáticamente. El gas de electrones se encuentra confinado en la superficie de una esfera de radio  $R$ . Naturalmente la energía cinética de cada electrón del gas es:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2mR^2} \nabla_{\Omega}^2$$

donde  $\nabla_{\Omega}^2$  es el operador de Laplace sobre una esfera. Suponiendo que tenemos  $Z$  electrones en el gas y que este se encuentra a  $T = 0$ , ¿cuál es el nivel de Fermi?. Determine la energía cinética total del sistema, en función de  $Z$  y  $R$ . Compare sus resultados en el límite de  $Z$  grande, con los resultados que aparecen al considerar simplemente el sistema como un gas de electrones en 2D.