Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Mecánica Estadística

Tarea 5 — Entrega 16 de octubre de 2015

Profesor: Rodrigo Soto

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

[P1] Modelo del ADN. Considere dos cuerdas unidas por N enlaces equiespaciados como un modelo simple de ADN. La energía para romper un enlace es E_0 y el enlace r se rompe sólo si todos los enlaces desde ese al extremo final están rotos. El enlace inicial esta cerrado y es el útimo en poder abrirse. Es decir, esto funciona como un cierre *eclaire*. Considere además que una vez un enlace abierto, las moleculas asociadas a ese enlace tienen muchas más orientaciones posibles. Para modelar esto diremos que un enlace abierto tiene una degeneración g_0. Suponga también que el sistema está en contacto con una baño térmico de temperatura T.

(a) Calcule la función partición.

(b) Calcule el largo abierto promedio de la cadena (considere que la distancia entre enlaces es 1). Si $g_0 = 1$, evalúe los límites $kT \ll E_0$ y $kT \gg NE_0$.

(c) Considere ahora $g_0 > 1$ e interprete el fenómeno que ocurre para temperaturas mayores que $T_c = \frac{E_0}{k \ln g_0}$.

[P2] Adsorción de gases. Se tiene una superficie a temperatura T donde se pueden adsorber moléculas de tipo A y B. La superficie tiene M sitios disponibles, y las moléculas adsorbidas tienen energías $-\varepsilon_A$ y $-\varepsilon_B$, respectivamente. Considere que la superficie está en contacto con baños químicos que mantienen fijos los potenciales químicos de A y B.

(a) Calcule el número de equilibrio de moléculas de tipo A y B que se encuentran adsorbidas.

(b) Considere el caso en que $\mu_A = \mu_B = \mu_0$ y $T \to 0$. Estudie este límite analizando los casos en que ε_A, ε_B y μ_0 se ordenan de mayor a menor de diversas formas. Interprete entonces lo que representa μ_0.

(c) Considere ahora el caso $T \to \infty$. Comente y justifique el resultado encontrado.

[P3] Cuerda cuántica. Estudie la cuerda elástica en versión cuántica. Como se vio en clases, se puede escribir el hamiltoniano de la cuerda como la suma de hamiltonianos de osciladores armónicos desacoplados de distintas frecuencias.

Calcule la energía promedio de la cuerda a una temperatura T.

[P4] Fluctuaciones de la cuerda. Considere una cuerda de masa M, largo L la cual está sometida a una tensión F. Suponga que el desplazamiento sólo ocurre en la dirección perpendicular a la cuerda. En términos de los modos normales, la energía puede ser escrita como

$$E[y(x,t)] = \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{M}{2}\dot{A}_n^2 + \frac{n^2\pi^2 F}{4L} A_n^2\right) \tag{1}$$

Donde A_n son tales que

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{N} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{2}$$

(a) Calcule $\overline{A_n}$, $\overline{A_n^2}$ y $\overline{A_n A_m}$.

(b) Determine $\overline{y^2(x,t)}$ y finalmente calcule el desplazamiento promedio de la cuerda en $x = \frac{L}{2}$.