

Mecánica Estadística

Tarea 4 — Entrega 9 de octubre de 2015

Profesor: Rodrigo Soto
Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

[P1] Modelo de magnetización. Considere un sistema magnético en el cual se tienen N spines descritos por vectores unitarios $\vec{S}_i$ que pueden tomar cualquier dirección en el espacio. Los spines se acoplan a un campo magnético externo $\vec{B}$ con el siguiente hamiltoniano.

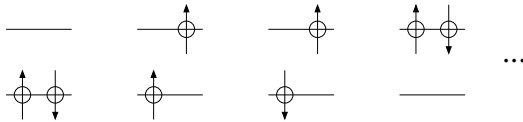
$$H = - \sum_{i=1}^N \mu_0 \vec{B} \cdot \vec{S}_i$$

donde μ_0 es el momento dipolar magnético.

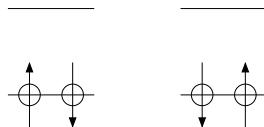
Calcule la magnetización promedio del sistema a temperatura T y analice los límites de campo grande y pequeño.

[P2] Molécula magnetizable. Una molécula tiene dos electrones de valencia que pueden ocupar dos niveles, con energías ε_1 y ε_2 . Los electrones tienen spin $1/2$ y en presencia de un campo magnético externo tienen una energía adicional dada por $\varepsilon = -\mu_0 B s_z$, donde μ_0 es el momento dipolar magnético.

Los estados de los electrones se pueden representar gráficamente como



por ejemplo. Se debe recordar que los electrones son indistinguibles, de manera que, por ejemplo, los siguientes estados son equivalentes



Se define la magnetización del sistema como $M = (s_{1z} + s_{2z})$. Haciendo una suma explícita sobre todos los estados del sistema, calcule la magnetización promedio de la molécula en función de la temperatura y campo magnético.

[P3] Gas en campo externo. Se tiene un gas ideal de N partículas en una caja de volumen V a temperatura T que interactúa con un campo externo $\phi(\vec{r})$ (por ejemplo la gravedad), de la forma

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + \phi(\vec{r}_i) \right)$$

- (a) Calcule la densidad de probabilidad que una partícula tenga un momentum $\vec{p}$ y esté en una posición $\vec{r}$, $P(\vec{p}, \vec{r})$.
- (b) Considere el caso particular de un campo gravitacional $\phi(\vec{r}) = mgz$. Comente el resultado.
- (c) A partir del resultado anterior determine la densidad de partículas a una altura z . Ponga atención a la normalización para que las dimensiones sean correctas.

[P4] Gas ultrarelativista. Considere un gas ideal clásico de partículas idénticas ultrarelativistas ($H = \sum_i c p_i$). Calcule en el ensemble canónico la energía libre y de ahí obtenga la energía promedio por partícula y la presión del gas.