Física
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Mecánica Estadística

Tarea 1 — Entrega 10 de septiembre de 2015

Profesor: Rodrigo Soto

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile

[P1] Temperatura de un agujero negro. Stephen Hawking calculó que la entropía de un agujero negro no rotante y sin carga es:

$$S = \frac{k_B c^3 A}{4G\hbar}$$

donde

$$A = 4\pi R_s^2$$

es el área del horizonte del agujero negro y $R_s = \frac{2GM}{c^2}$ es el radio de Schwarzchild.

(a) Calcule la temperatura del agujero negro y dé un valor númerico.

(b) Si la potencia radiada está dada por la ley de Stefan (σT^4) Calcule la variación de la masa del agujero negro como función del tiempo. Si $M(t=0) = 2\cdot 10^{11}$Kg cuánto tiempo demora en evaporarse? Es razonable su resultado (compare con el tiempo de vida del universo)?

[P2] Motor de combustión interna. Suponga que desea construir un motor de combustión interna. En este caso se tiene un pistón que contiene un gas (que supondremos ideal), el cual puede hacerse explotar liberando una cantidad Q_0 de calor por unidad de masa.

El motor se puede hacer funcionar de varias formas, considerando ciclos cerrados. Por ejemplo, se puede expandir, luego hacer la explosión y luego comprimir de manera de llegar al estado inicial. Pero también se pueden imaginar otras formas, con las variantes que las expansiones o compresiones se pueden hacer, además, de manera isotérmica o adiabática. Note que en las expansiones o compresiones isotérmicas hay flujo de calor con el medio externo. Para cada ciclo, se puede calcular el trabajo hecho por el pistón (el negativo del trabajo hecho sobre el gas), lo que da una medida de la potencia del motor.

Invente un ciclo y calcule el trabajo W hecho en él. Calcule la eciencia $\eta = W/Q_0$ y compare con los ciclos de dos de sus compañeros para determinar cuál de estos ciclos es el mejor.

Explique la forma práctica en que se puede realizar el ciclo elegido.

[P3] Entropía de un gas ideal. Calcule la entropía de un gas ideal considerando el número de partículas constante. Para eso, use las propiedades conocidas del gas ideal:

$$pV = Nk_BT$$
$$E = \frac{3}{2}Nk_BT$$

Para calcular la entropía, escriba la relación diferencial de la primera ley e integre desde un punto de referencia dado. Considere conocida la entropía en ese punto.

Muestre que la entropía obtenida es, en efecto, extensiva.

[P4] Transformaciones adiabáticas. Para un gas ideal no necesariamente monoatómico (energía depende solo de la temperatura y presión por volumen es proporcional a la temperatura), demuestre que en una transformación adiabática $pV^\gamma = \text{cte}$ con $\gamma = C_V/C_p$.