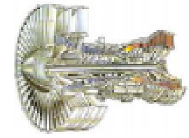

Auxiliar N°02 : FI2004 Termodinámica

Profesor: Nelson Zamorano

Auxiliares: Cristián Barrera, Enrique Calisto

20 de septiembre de 2015

P3. **Ciclo de Otto**

Determine la eficiencia η del ciclo de Otto, cuyo proceso se indica a continuación (también ilustrado en la figura) en función de la 'razón de compresión' $r \equiv \frac{V_1}{V_2}$.

La eficiencia puede escribirse en términos de calor absorbido y calor liberado como

$$\eta = \frac{Q_{abs} - Q_{lib}}{Q_{abs}}$$

Para el trayecto isocórico desde T_2 hasta T_3 tenemos que $dV = 0$ (y $dW = 0$). Luego, utilizando la primera Ley, es posible escribir que (para n moles de substancia)

$$dU = dQ = \frac{\partial Q}{\partial T} dT = nC_V dT$$

de donde tenemos que es posible calcular el calor transferido como

$$\Delta Q = nC_V \Delta T$$

Luego, evaluándo dicha expresión para el trayecto se tiene que

$$Q_{abs} = nC_V(T_3 - T_2)$$

Análogamente en el trayecto desde T_4 hasta T_1,

$$Q_{lib} = nC_V(T_4 - T_1)$$

Reemplazando en la expresión de η, luego de simplificar se tiene

$$\eta = \frac{T_3 - T_2 + T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

Por otra parte, se sabe que para un proceso adiabático se verifica la relación $PV^\gamma = constante$, siendo $\gamma \equiv C_P/C_V$. Además, para escribir esta relación en términos de temperatura utilizamos la ecuación de estado del gas ideal tenemos que

$$P = \frac{nRT}{V}$$

Reemplazando nos queda que

$$PV^{\gamma} = nRTV^{\gamma-1} = constante$$

o bien, despejando

$$TV^{\gamma-1} = constante'$$

Evaluando dicha expresión para las curvas adiabáticas vemos que se cumplen las siguientes igualdades

$$\begin{aligned} T_1V^{\gamma-1} &= T_2V^{\gamma-1} \\ T_3V^{\gamma-1} &= T_4V^{\gamma-1} \end{aligned}$$

o bien

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_2r^{1-\gamma} \\ T_4 &= T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_3r^{1-\gamma} \end{aligned}$$

donde $r \equiv \frac{V_1}{V_2}$. Reemplazando en la última expresión de η encontrada, llegamos a que

$$\eta = \frac{T_3 - T_2 + T_2r^{1-\gamma} - T_3r^{1-\gamma}}{T_3 - T_2}$$

y simplificando finalmente llegamos a la relación

$$\eta = 1 - r^{1-\gamma}.$$

Ahora, evaluando los valores $\gamma = 1{,}5$ y $r = 9$, vemos que un valor típico de eficiencia para este ciclo es

$$\eta = \frac{2}{3}.$$