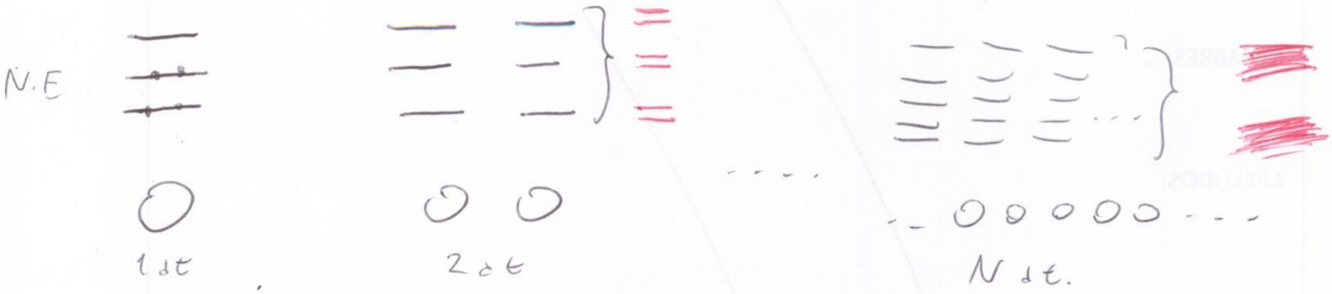
Pauta Aux. 1 CM3302

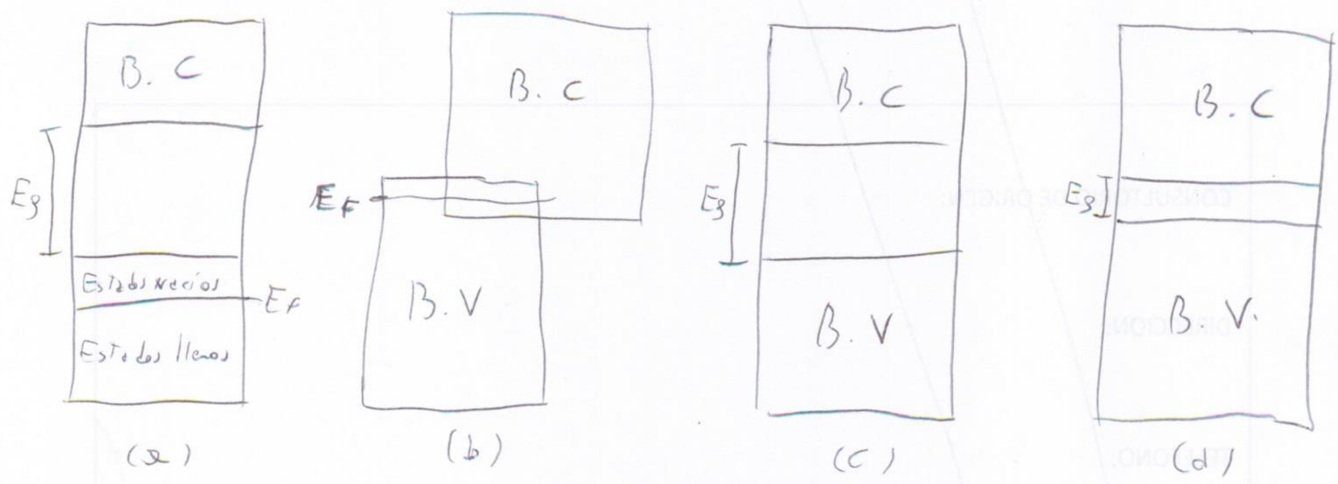
P1

a) Bandas → Desdoblamiento de niveles energéticos de los átomos producto del Principio de Exclusión de Pauli



* Banda de valencia: Banda formada por últimos niveles de energía ocupados
* Bandas de Conducción: Banda formada por primeros niveles de energía desocupados

· El caracter eléctrico del material dependerá de la disposición de las bandas



* Metales: Presentan estados vacíos donde los e^- pueden ser libres ⇒ No necesitan energía extra para conducir (casos (a) y (b))

* Semiconductores: Existe un gap de energía (Eg) que separa la B.C. con la B.V. Luego, se necesita energía para estimular la conducción, pero es ba[ja]

* Aislantes: Igual que en semiconductores, pero Eg es muy alta. Luego, prácticamente no existe conducción eléctrica

b) Temperatura: Vibración de red cristalina provoca dispersión de e^-. Por lo tanto, al aumentar la T°, disminuye la conductividad eléctrica.

Impurezas: Las impurezas generan distorción en la red cristalina. Luego, al aumentar la cantidad de impurezas, disminuye la conductividad eléctrica.

P2) Ecuaciones importantes

Resistividad

$$\boxed{\begin{array}{c} V = IR \\ \hline J = \sigma \mathcal{E} \end{array}} \qquad \boxed{\rho = \frac{R \cdot A}{l} = \frac{1}{\sigma}} \qquad \boxed{\mathcal{E} = \frac{V}{l}}$$

(Campo eléctrico)

Densidad de corriente · Campo Eléctrico · Conductividad

a) $I = 400\ A$

$V = 35\ V$

$l = 2,5 \cdot 10^{-3}\ m$

$d = 5 \cdot 10^{-3}\ m$

$J = \sigma \cdot \mathcal{E}$ ← Por calcular

↑ Por calcular

$\Rightarrow$ Ley de Ohm $\rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{35\,[V]}{400\,[A]} = 0,0875\,[\Omega]$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{R \cdot A} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}\,[m]}{0,0875\,[\Omega] \cdot \frac{\pi}{4}(5 \cdot 10^{-3})^2\,[m^2]} \Rightarrow \boxed{\sigma = 1455,13 \left[\frac{1}{\Omega \cdot m}\right]}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{V}{l} = \frac{35\ V}{2,5 \cdot 10^{-3}\ m} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 14000 \left[\frac{V}{m}\right]}$$

$$\therefore J = \sigma \cdot \mathcal{E} = 1455,13\ \frac{A}{V \cdot m} \cdot 14000 \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$\boxed{J = 2,037 \cdot 10^{7}\ \frac{A}{m^2}}$$

b) $\rho_{B_4C} = 0,5\ [\Omega \cdot cm]$

$$\rho = \frac{R \cdot A}{l} \Rightarrow l = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{5000\,[\Omega] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,1 \cdot 10^{-2})^2\,[cm^2]}{0,5\,[\Omega \cdot cm]}$$

$$\boxed{\therefore l = 0,01\ cm}$$

c) Aluminio : • FCC
($r = 0,118\ nm$) • 3 e^- de valencia

} 4 át en celda unitaria
↳ 12 e^- por celda

$$a^2 + a^2 = (4 r_{Al})^2$$

$$\boxed{a = 2\sqrt{2}\, r_{Al} = 0,334\ nm}$$

• Para calcular la velocidad:

$$J = n \cdot q \cdot \bar{V} \rightsquigarrow \bar{V} = \frac{J}{n \cdot q} = \frac{\sigma \cdot \mathcal{E}}{n \cdot q} = \frac{\sigma \cdot V}{n \cdot q \cdot l}$$

$$\boxed{\sigma = 3{,}77 \cdot 10^{5} \frac{1}{\Omega m}}$$

n: densidad de e^-

q: carga eléctrica

l: ¡Hay que calcularlo!

$$n^* = \frac{N^o e^-}{a^3} = \frac{12 e^-}{(0{,}331 \cdot 10^{-9})^3 m^3} = 3{,}221 \cdot 10^{29} \frac{1}{m^3}$$

• Pero sólo el 10% participa en la conducción eléctrica

$$\therefore n = 0{,}1 n^* = 3{,}221 \cdot 10^{28} \frac{1}{m^3}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{3{,}77 \cdot 10^{7} \left[\frac{1}{\Omega m}\right] \cdot 10 [V]}{3{,}21 \cdot 10^{28} \left[\frac{1}{m^3}\right] \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} [C] \cdot 20 [m]} \Rightarrow \boxed{\bar{V} = 3{,}67 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s}}$$

d) • Sólo con los datos que se tienen ($1 C = 1 A \cdot s$)

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu \Rightarrow n = \frac{\sigma}{\mu q} = \frac{6 \cdot 10^{7} \frac{1}{\Omega \cdot m}}{3 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{V \cdot s} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} [C]}$$

$$\boxed{\therefore n = 1{,}248 \cdot 10^{29} \frac{e^-}{m^3}}$$

• Para calcular el nº de e^- libres por átomo ($PA = 63{,}55 \frac{gr}{mol}$)

$$\rho' = \frac{N^o at \cdot PA}{N_A} \Rightarrow N^o at = \frac{\rho' N_A}{PA} = \frac{8{,}9 \cdot 10^{6} \frac{gr}{m^3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{at}{mol}}{63{,}55 \frac{gr}{mol}}$$

$$\boxed{\therefore \rho' = 8{,}43 \cdot 10^{28} \frac{at}{m^3}}$$

$$\Rightarrow e^- = \frac{n}{\rho'} = \frac{1{,}248 \cdot 10^{29} \, e^-/m^3}{8{,}43 \cdot 10^{28} \, at/m^3} \Rightarrow \boxed{e^- = 1{,}48}$$

P3] - Contribuciones a la resistividad: Ley de Matthiesen

$$\rho_{total} = \rho_{T^o} + \rho_{imp} + \cancel{\rho_{pl}}$$ (generalmente se desprecia si no se especifica o se pide calcularla)

$$\rho_{T^o} = \rho_0 (1+\alpha \Delta T)$$

$$\rho_{imp} = \underline{\underline{\rho_0}} + b \cdot f_a (1-f_a)$$

α: Coef. de resistividad térmica ($1/°C$)
b: Constante (Coef. de resistividad por defecto)
f_a: Fracción atómica de impurezas
ρ_0: Resistividad a T° amb. (20°C) ó referencia

a) $\rho_{500} = \rho_{20}(1+\alpha \Delta T) = 1{,}6 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\Omega \cdot cm}\left(1 + 0{,}0039 \frac{1}{°C} \cdot (500-20)°C\right)$

$$\therefore \rho_{500} = 4{,}595 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot cm$$

$$\sigma_{500} = \frac{1}{\rho_{500}} \Rightarrow \boxed{\sigma_{500} = 2{,}176 \cdot 10^{5} \left[\frac{1}{\Omega \cdot cm}\right]}$$

b) $\sigma_{20°C} = 6{,}8 \cdot 10^{5} \frac{1}{\Omega \cdot cm}$

$\alpha = 0{,}0041 \frac{1}{°C}$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_{20°C} = \frac{1}{\sigma_{20°C}} = 1{,}471 \cdot 10^{-6}\ [\Omega \cdot cm]}$$

$$\Rightarrow \rho_{500°C} = \rho_{20}(1+\alpha \Delta T) = 1{,}471 \cdot 10^{-6} [\Omega \cdot cm] \left(1 + 0{,}0041 \left[\frac{1}{°C}\right](500-20)\right)$$

$$\boxed{\rho_{500°C} = 4{,}185 \cdot 10^{-6}}$$

· De la ec. de conductividad: $\sigma = n \cdot q \cdot \mu \Rightarrow \mu = \frac{\sigma}{n \cdot q}$

* $\sigma_{500°C} = \frac{1}{\rho_{500°C}} = 2{,}39 \cdot 10^{5} \left[\frac{1}{\Omega \cdot cm}\right]$

* Ag → · FCC
· a = 4,0862 Å
· 1 e^- por átomo

$$n = \frac{1 e^- \cdot 4\ at}{(4{,}0862 \cdot 10^{-8})^3 [cm^3]} \Rightarrow n = 5{,}863 \cdot 10^{22} \frac{1}{cm^3}$$

$$\therefore \mu = \frac{2{,}39 \cdot 10^{5} \left[\frac{A}{V \cdot cm}\right]}{5{,}863 \cdot 10^{22} \frac{1}{cm^3} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} [A \cdot s]} \rightarrow \boxed{\mu = 25{,}45 \left[\frac{cm^2}{V \cdot s}\right]}$$

c) Se puede estimar la cond. (Resistividad) usando regla de ~~m~~ mezclas

$$\rho_T = \rho_\alpha V_\alpha + \rho_\beta V_\beta$$ ← Fracción volumétrica

· Para encontrar las fracciones volumétricas podemos utilizar regla de la palanca para determinar porcentaje másico y luego convertirlo a volumétrico usando la densidad:

C_α — C_0 — C_E

0% — 8% — 37%

* Aleación: Cu-8%Sn
* Fase α : 0% Sn
* Fase ε : 37% Sn

$$\boxed{W_\alpha = \frac{37-8}{37-0} = 0{,}784 \;/\; W_\varepsilon = 1 - W_\alpha = 0{,}216}$$

· Utilizando definición de fracción volumétrica

$$V_\alpha = \frac{v_\alpha}{v_\alpha + v_\varepsilon} = \frac{\frac{W_\alpha}{\rho'_\alpha}}{\frac{W_\alpha}{\rho'_\alpha} + \frac{W_\varepsilon}{\rho'_\varepsilon}} = \frac{\frac{0{,}784}{8{,}94}}{\frac{0{,}784}{8{,}94} + \frac{0{,}216}{8{,}25}} = 0{,}77$$

$$\boxed{V_\varepsilon = 1 - V_\alpha = 0{,}23}$$

$$\Rightarrow \rho_T = 1{,}88 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}77 + 5{,}32 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}23$$

$$\boxed{\rho_T = 1{,}368 \cdot 10^{-7} \, [\Omega \cdot m]}$$

· Por lo tanto, la conductividad es:

$$\boxed{\sigma_T = \frac{1}{\rho_T} = 7{,}31 \cdot 10^{6} \left[\frac{1}{\Omega \cdot m}\right]}$$

d) $\rho(5\%, 400°C) = 50 \cdot 10^{-6}\ [\Omega \cdot m] = \rho_T$ $\quad / \quad \rho_{20} = 4 \cdot 10^{-6}\ [\Omega \cdot cm]$

$\alpha = 0{,}025\ [1/°C]$

· Por Ley de Matthiesen:

$$\boxed{\rho_T = \rho_{T°} + \rho_{imp}}$$

$*\ \rho_{400°} = \rho_{20}\left(1 + 0{,}025 \tfrac{1}{°C}(400-20)\right) = 4{,}2 \cdot 10^{-5}\ [\Omega \cdot cm] = 4{,}2 \cdot 10^{-7}\ [\Omega \cdot m]$

$\Rightarrow \rho_{imp} = \rho_T - \rho_{T°} = 4{,}958 \cdot 10^{-5}\ [\Omega \cdot m]$

$\Rightarrow \rho_{imp} = \rho_{20} + b F_d(1-F_d) \Rightarrow \boxed{b = \dfrac{\rho_{imp} - \rho_{20}}{F_d(1-F_d)} = 1{,}043 \cdot 10^{-3}\ [\Omega \cdot m]}$

· Para 200°C y 10% aleante:

$*\ \rho_{200} = \rho_{20}(1 + 0{,}025(200-20)) = 2{,}2 \cdot 10^{-7}\ [\Omega \cdot m]$

$*\ \rho_{5\%} = \rho_{20} + b \cdot 0{,}1(1-0{,}1) = 9{,}391 \cdot 10^{-5}\ [\Omega \cdot m]$

$$\boxed{\therefore\ \rho(10\%, 200°C) = \rho_{200} + \rho_{5\%} = 9{,}413 \cdot 10^{-5}\ [\Omega \cdot m]}$$