FISICOQUÍMICA CM2004
Dpto. Ciencia de los Materiales
Prof. Ricardo Letelier
Aux. Maximiliano Ferrer

Auxiliar nº2

P1

Se tiene un mol de gas ideal en la condición ideal V_1, P_1. Se diseña el siguiente proceso que ocurre cuasi-estáticamente:

1 →2, expansión hasta duplicar el volumen en un proceso donde PV=cte.
2 →3, expansión a presión constante hasta duplicar el volumen anterior.
3 →4, compresión hasta P inicial donde PV=cte.
4 →1, compresión a presión constante hasta el estado inicial

a) Grafique el proceso en un diagrama P-V
b) Calcule el trabajo en cada etapa del ciclo y el total

P2

Un gas ideal, se somete a un proceso cíclico reversible mediante 4 cambios de estado. Al comienzo del ciclo, el punto (a), las coordenadas termodinámicas del gas, (P,V,T) son, respectivamente (P_0, V_0, T_0). La presión en el punto (c) es $P_C = \alpha P_0$, con $\alpha < 1$. El volumen en el punto (b) es $V_b=\beta V_0$, con $\beta > 1$. Considere n moles de gas. Las transformaciones que experimenta el gas son:

Proceso	**Transformación**
a→ b	Expansión isobárica
b→ c	Expansión isotérmica
c→ d	Enfriamiento isocórico
d→ a	Compresión adiabátca, PV^{γ} = cte.

(i) Representar en un diagrama P-V, el ciclo descrito. Señalar cada una de las etapas y las direcciones que éstas siguen. Determinar las coordenadas termodinámicas de cada punto.
(ii) Determinar para cada etapa del ciclo, la variación de energía interna, de entalpia, el trabajo y el calor.
(iii) Determinar el trabajo neto del ciclo, el calor neto del ciclo, la variación de la energía interna del ciclo y de la entalpia del ciclo completo.

Expresar los resultados en función de P_0, V_0, T_0, γ, α, β, n y R

Fecha: Pauta Aux. #2

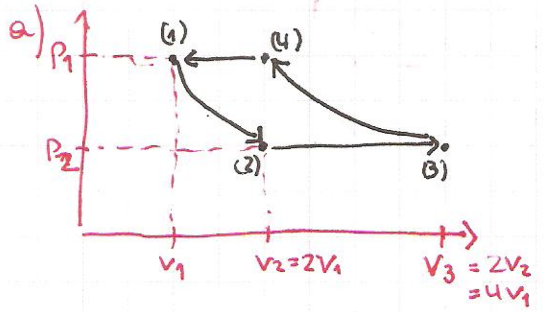
P1 $n = 1$ mol

G.I.

C.i: (P_1, V_1)

Sol:

a)



· Calculamos P y V para c/punto:

(1) $\boxed{P = P_1}$, $\boxed{V = V_1}$

(2) $\boxed{V_2 = 2V_1}$, como el proceso $1 \to 2$ es isotérmico $\Rightarrow PV = cte$

$\Rightarrow P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

$\Rightarrow P_1 \cdot \cancel{V_1} = P_2 \cdot (2\cancel{V_1}) \Rightarrow \boxed{P_2 = P_1/2}$

(3) $V_3 = 2V_2 \Rightarrow \boxed{V_3 = 4V_1}$

· $P_3 = P_2 \Rightarrow \boxed{P_3 = P_1/2}$

(4) $\boxed{P_4 = P_1}$

· Compresión $3 \to 4$ isotérmica $\Rightarrow PV = cte \Rightarrow P_3 V_3 = P_4 V_4$

$\Rightarrow \left(\frac{\cancel{P_1}}{2}\right) \cdot 4V_1 = \cancel{P_1} \cdot V_4$

$\therefore \boxed{V_4 = 2V_1}$

b) Calculamos el trabajo en c/etapa $\left(W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV\right)$

cmpc CELULOSA

cero falta

Fecha:

$\cdot\ W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV \quad / \quad P\cdot V = cte \Rightarrow \quad P_1\cdot V_1 = P_2 V_2 = K_1$
(Usaremos $K_1 = P_1 V_1$)

$\Rightarrow W_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} \underbrace{(P\cdot V)}_{K_1}\cdot \frac{dV}{V} = K_1 \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = K_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = K_1\cdot \ln\left(\frac{2\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}}\right)$

$\Rightarrow W_{1\to 2} = K_1 \cdot \ln(2) \Rightarrow \boxed{W_{1\to 2} = P_1 V_1 \ln(2)}$

$\cdot\ W_{2\to 3} = \int_{V_2}^{V_3} P_2\, dV = P_2 (V_3 - V_2) = \left(\frac{P_1}{2}\right)(4V_1 - 2V_1)$

$\therefore \boxed{W_{2\to 3} = P_1 V_1}$

$\cdot\ W_{3\to 4} = \int_{V_3}^{V_4} P\,dV = \int_{V_3}^{V_4} (PV)\cdot \frac{dV}{V} \quad / \quad P\cdot V = P_3 V_3 = P_4 V_4 = K_2$
(Usaremos $K_2 = P_3 V_3$)

$\Rightarrow W_{3\to 4} = \int_{V_3}^{V_4} K_2 \frac{dV}{V} = K_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = (P_3 \cdot V_3)\cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$

$= \left(\frac{P_1}{2}\right) . 4V_1 \cdot \ln\left(\frac{2V_1}{4V_1}\right) = 2P_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$\therefore \boxed{W_{3\to 4} = -2P_1 V_1 \ln(2)}$

$\cdot\ W_{4\to 1} = \int_{V_4}^{V_1} P_1\, dV = P_1 (V_1 - V_4) = P_1 (V_1 - 2V_1)$

$\therefore \boxed{W_{4\to 1} = -P_1 V_1}$

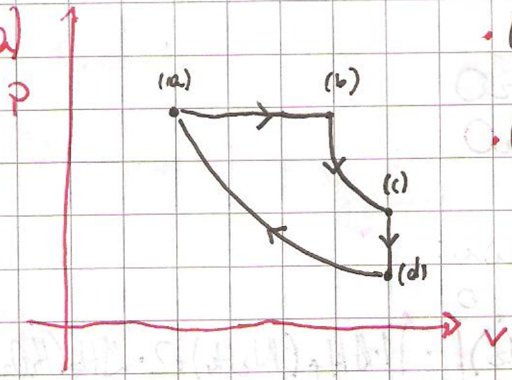
$\cdot$ Así, $W_T = W_{1\to 2} + W_{2\to 3} + W_{3\to 4} + W_{4\to 1}$

$\Rightarrow W_T = P_1 V_1 \ln(2) + P_1 \cancel{V_1} - 2P_1 V_1 \ln(2) - P_1 \cancel{V_1}$

$\therefore \boxed{W_T = -P_1 V_1 \ln(2)}$

$\boxed{P_2}$

a)



- (a): $\boxed{P_a = P_0}$, $\boxed{T_a = t_0}$, $\boxed{V_a = V_0}$
- (b): isobara $a \to b \Rightarrow P = cte$

$\Rightarrow P_a = P_b \Rightarrow \boxed{P_b = P_0}$

- DATO: $\boxed{V_b = \beta V_0}$
- g.i. $\Rightarrow PV = nRT$

$\Rightarrow T_b = \dfrac{P_b \cdot V_b}{nR} = \boxed{\dfrac{P_0 \cdot \beta V_0}{nR}}$

- (c): isoterma $b \to c \Rightarrow PV = cte$ y $T = cte$

$\therefore T = cte \Rightarrow T_c = T_b = \boxed{\dfrac{P_0 \beta V_0}{nR}}$; DATO $\Rightarrow \boxed{P_c = \alpha P_0}$

- $PV = cte \Rightarrow P_b \cdot V_b = P_c \cdot V_c \Rightarrow \cancel{P_0} \beta V_0 = \alpha \cancel{P_0} \cdot V_c$

$\Rightarrow \boxed{V_c = \dfrac{\beta}{\alpha} V_0}$

- (d): isocora $c \to d \Rightarrow V = cte \Rightarrow \boxed{V_d = V_c = \dfrac{\beta}{\alpha} V_0}$

- $d \to a$: $PV^{\gamma} = cte \Rightarrow P_d V_d^{\gamma} = P_a V_a^{\gamma}$

$\Rightarrow P_d \left(\dfrac{\beta}{\alpha} \cancel{V_0}\right)^{\gamma} = P_0 \cdot \cancel{V_0}^{\gamma}$

$\therefore \boxed{P_d = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha} P_0}$

- g.i : $T_d = \dfrac{P_d V_d}{nR} = \dfrac{P_0 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot V_0}{nR}$

$\therefore \boxed{T_d = \dfrac{P_0 V_0 \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma - 1}}{nR}}$

tilibra

b)

(1) $\cdot W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} P\,dV = P_0 (V_b - V_a) = P_0 (\beta V_0 - V_0)$

$\therefore \boxed{W_{ab} = P_0 V_0 (\beta - 1)}$

$\cdot\ \Delta E_{ab} = m C_v \Delta T$; $\underbrace{\gamma = \frac{C_p}{C_v} \wedge C_p - C_v = R}$

$C_v = \frac{C_p}{\gamma} \wedge C_p = R + C_v$

$\Rightarrow C_v = \frac{R + C_v}{\gamma} \Rightarrow \boxed{C_v = \frac{R}{\gamma - 1}}$

$\Rightarrow \cdot\ \Delta E_{ab} = m \cdot \frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_b - T_a) = \boxed{\frac{mR}{\gamma - 1}\left(\frac{P_0 V_0 \beta}{mR} - T_0\right)}$

$\cdot$ 1° ley $\Rightarrow \Delta E = Q - W \Rightarrow Q_{AB} = \Delta E_{ab} + W_{ab}$

$\Rightarrow \boxed{Q_{AB} = P_0 V_0 (\beta - 1) + \frac{mR}{\gamma - 1}\left(\frac{P_0 V_0 \beta}{mR} - T_0\right)}$

$\cdot$ (2) isoterma $\Rightarrow dT = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta E_{bc} = 0}$

$\cdot\ W_{bc} = \int_{V_b}^{V_c} P\,dV = \int_{V_b}^{V_c} (\overbrace{PV}^{cte}) \frac{dV}{V} = (P_b \cdot V_b) \cdot \ln\left(\frac{V_c}{V_b}\right)$

$\Rightarrow W_{bc} = P_0 V_0 \beta \ln\left(\frac{\frac{\cancel{\beta} \cancel{V_0}}{\alpha}}{\cancel{\beta} \cancel{V_0}}\right) = \boxed{-\beta P_0 V_0 \ln(\alpha)}$ //

$\cdot$ 1° ley $\Rightarrow Q_{bc} = 0 - \beta P_0 V_0 \ln(\alpha) = \boxed{-\beta P_0 V_0 \ln(\alpha)}$

$\cdot$ (3) isocórico $\Rightarrow dV = 0 \Rightarrow \boxed{W_{cd} = 0}$

$\cdot\ \Delta E_{cd} = m C_v \Delta T = m \cdot \frac{R}{\gamma - 1} (T_d - T_c)$

$= \frac{\cancel{mR}}{\gamma - 1}\left(\frac{P_0 V_0 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma - 1}}{\cancel{mR}} - \frac{P_0 V_0}{\cancel{mR}} \cdot \beta\right) = \boxed{\frac{P_0 V_0}{\gamma - 1}\left(\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma - 1} - \beta\right)}$

• 1° ley $\Rightarrow Q_{cd} = \Delta E_{cd}^{\,0} + W_{cd} = \boxed{\dfrac{P_0 V_0}{\gamma - 1}\left(\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1} - \beta\right)}$

• (4): adiabático $\Rightarrow \boxed{Q_{da} = 0}$

• $W_{adiab} = \dfrac{P_f V_f - P_i V_i}{1-\gamma} = \dfrac{P_a V_a - P_d V_d}{1-\gamma}$

$\Rightarrow W_{da} = \dfrac{P_0 V_0 - P_0\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma} \cdot \frac{\beta}{\alpha} V_0}{1-\gamma} = \boxed{\dfrac{P_0 V_0}{1-\gamma}\left(1 - \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1}\right)}$

• 1° ley: $\boxed{\Delta E_{da} = -W_{da}}$ ó $\Delta E_{da} = m\, c_v (T_a - T_d)$

(c) • $W_T = \sum_i W_i$

• $\Delta E_T = 0$ (ciclo cerrado)

tilibra