

Arquitectura de Computadores

CC4301

Clase 2: Mapas de Karnaugh y Funciones Incompletamente Especificadas

Semestre Primavera 2013
Profesor: Pablo Guerrero

Mapas de Karnaugh

- Tablas de verdad de doble entrada
 - Algunas variables cambian con las filas, el resto con las columnas
 - Sólo trabajan con una salida
- Permiten visualizar productos factorizados

Ejemplo

Variables que cambian con las columnas

Variable que cambia con las filas

x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$\neg x_2 \neg x_1 \neg x_0$$

$$\neg x_2 \neg x_1 x_0$$

$$\neg x_2 x_1 x_0$$

$$x_2 \neg x_1 \neg x_0$$

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	1	1	1	0
1	1	0	0	0

Valores

$$\neg x_1 \neg x_0 \vee \neg x_2 x_0$$

Gray Code y Circularidad

- Los bits cambian de a uno (gray code)
- Los mapas son circulares

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1

$$x_2 \neg x_0$$

Reciclaje

- Se pueden aprovechar los 1 más de una vez
- Rectángulos lo más grande posibles

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	0	0	1

$$\neg x_1 \neg x_0 \vee x_2 \neg x_0$$

Agrupamiento

- Se pueden agrupar bloques de mayor tamaño
- Agrupando 2^n se eliminan n variables

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	1	0

x_0

Con 4 Variables

- Se debe mantener gray code:

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$$x_2x_0 \vee \neg x_2\neg x_0 \vee \neg x_3\neg x_1x_0$$

Con N Variables

- Se debe mantener gray code.
- Se puede construir recursivamente:
 - 1 bit: 0 1
 - 2 bits: 00 01 11 10
 - 3 bits: 000 001 011 010 110 111 101 100
 - N bits: 0 GC(N-1) 1 Reflejar(GC(N-1))

Sumador 1 bit, 3 entradas

- Queremos sumar 3 bits: x_0 , x_1 y x_2
- Deseamos obtener 2 salidas:
 - Resultado (r)
 - Acarreo (*carry*, c)

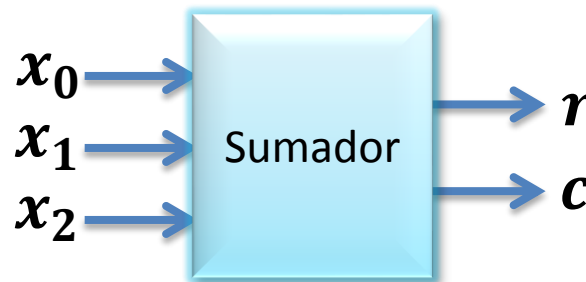


Tabla de Verdad y Mapas de Karnaugh

- El acarreo se hace 1 cuando la suma supera 1

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

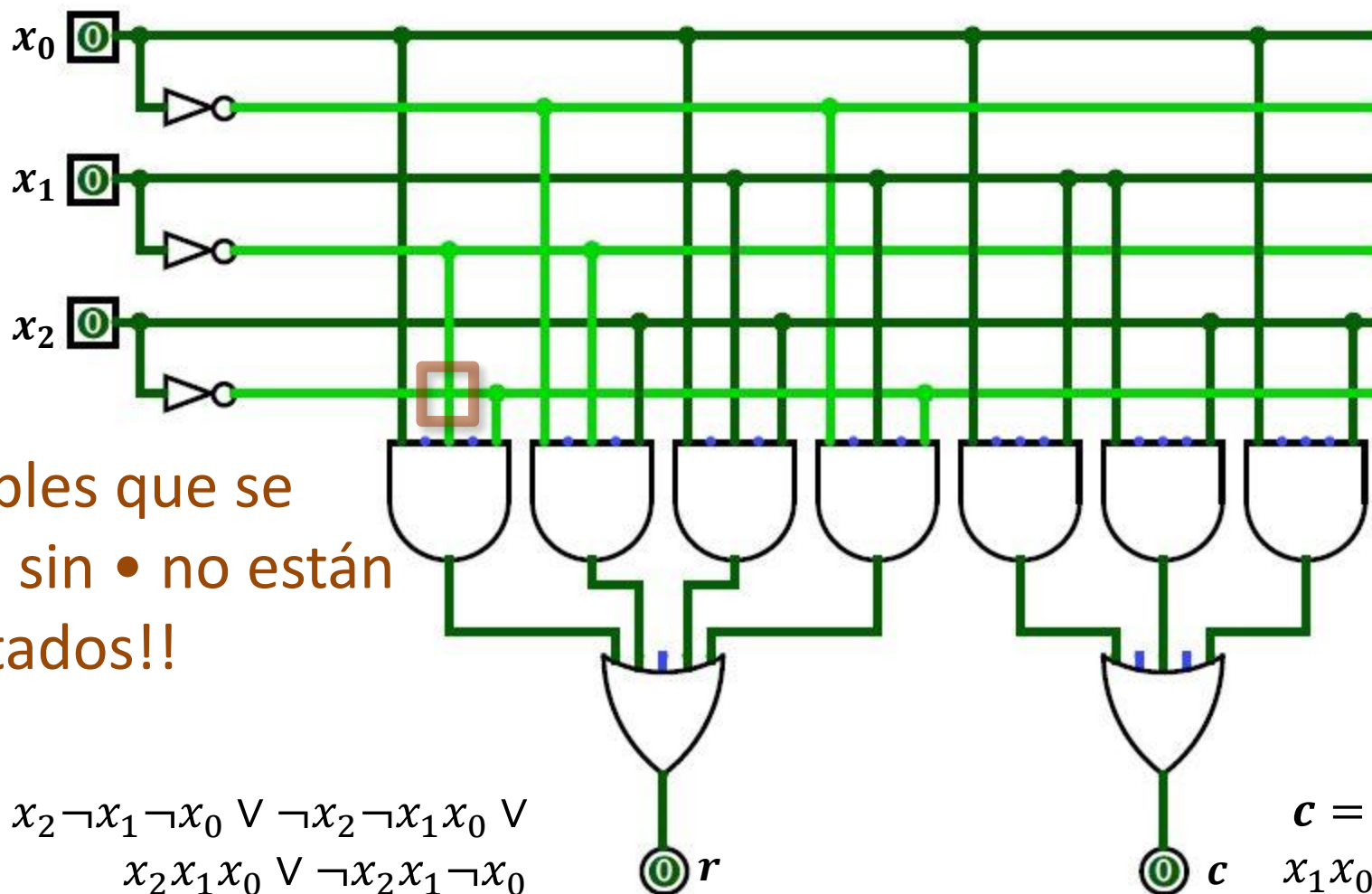
$$r = x_2 \neg x_1 \neg x_0 \vee \neg x_2 \neg x_1 x_0 \vee x_2 x_1 x_0 \vee \neg x_2 x_1 \neg x_0$$

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$c = x_2 x_1 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_0$$

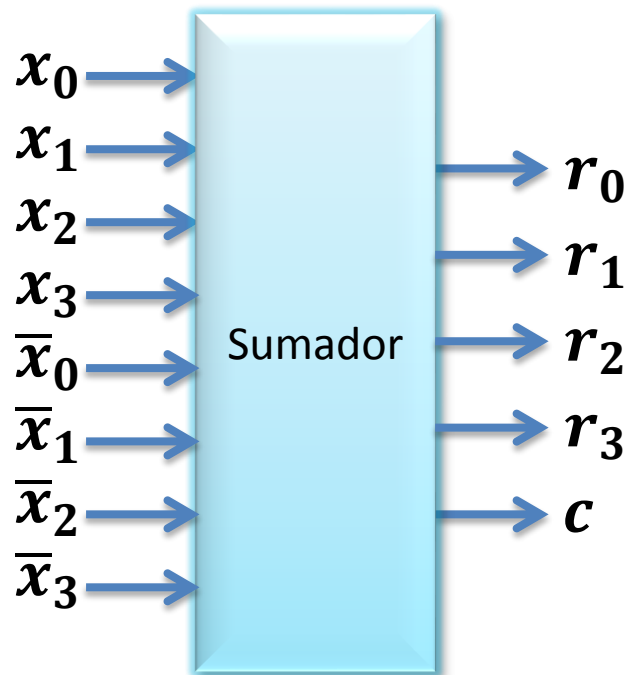
x_2	x_1	x_0	c	r
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Diagrama circuital

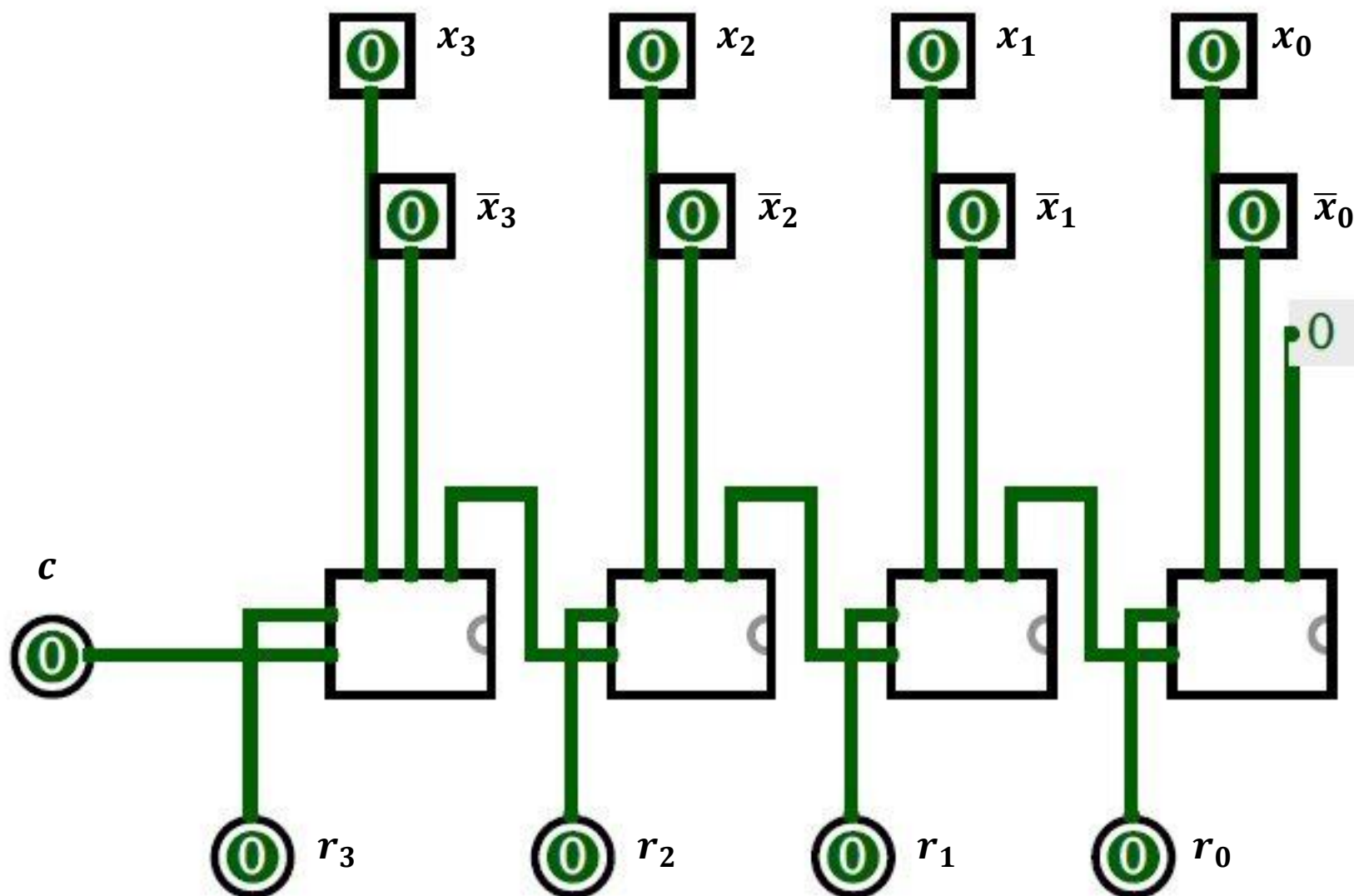


Sumador 4 bits, 2 entradas

- Tiene 4 salidas y un carry
- Tabla de verdad $2^8 = 256$ filas!



Solución Modular



Funciones Incompletamente Especificadas

- Pueden haber ciertas combinaciones de entradas para las cuales ciertas salidas sean irrelevantes (Don't care, X)
- Entonces vale la pena elegir la salida que minimice el circuito

Cada X puede quedar dentro o fuera, de acuerdo a la conveniencia

$\neg x_2 \neg x_0 \vee$
 $x_3 \vee$
 x_1

$x_3 x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	X	1	1
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X