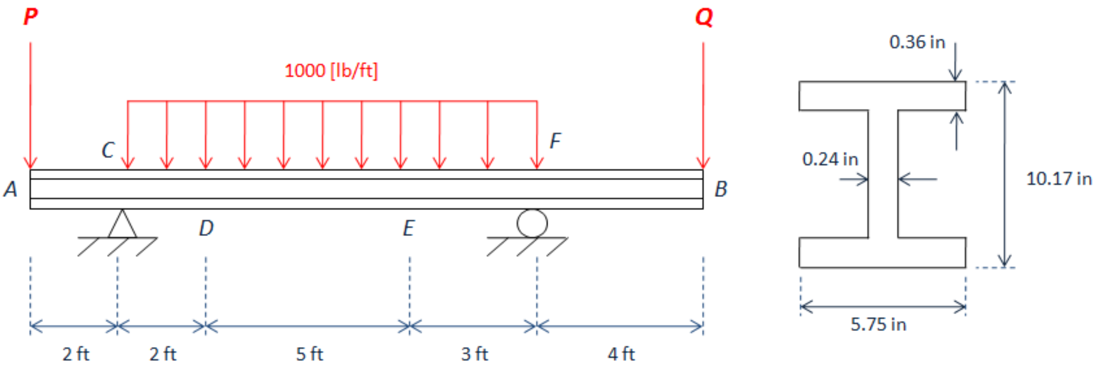
Examen: ME3202 - Resistencia de Materiales

P1) (20 puntos) La viga *AB* soporta una carga uniforme distribuida de magnitud igual a 1000 lb/ft, además de dos cargas puntuales ***P*** y ***Q***. Se ha determinado experimentalmente que el esfuerzo normal debido a la flexión en el fondo del borde inferior del flange de perfil W 10x22 es 2.07 [kpsi] en el punto *D* y 0.776 [kpsi] en *E*.

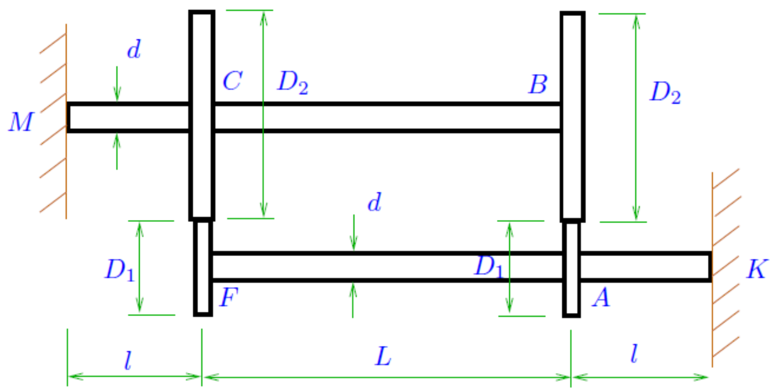
a) Dibuje los diagramas de la fuerza de corte interna (***V***) y el momento de flexión interno (***M***).

b) Determine el esfuerzo normal máximo debido a la flexión en la viga.



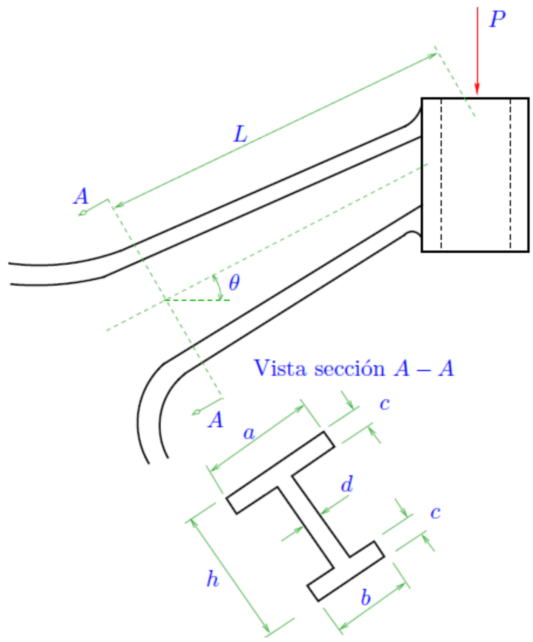
P2) (35 puntos) En la figura tenemos una vista lateral de dos ejes *MCB* y *FAK* que están conectados por medio de engranajes *C, B, F* y *A,* y que se encuentran empotrados en *M* y *K*, respectivamente. El sistema se ensambla de la siguiente forma: Primero se colocan los engranajes *A, B, C,* y luego en relación al engranaje *F*, antes de colocarlo se da una torsión deθ grados. Después se ensambla, y se deja al sistema en equilibrio.

Determine el máximo esfuerzo de corte en los ejes *MCB* y *FAK.* Los dos ejes están hechos del mismo material, con módulo de corte *G* y diámetro *d.*



Datos: *L* = 1 m; *l* = 30 cm; *d* = 5 cm; D_1 = 15 cm; D_2 = 40 cm; θ = 30°; *G* = 90 GPa.

P3) (15 puntos) En la figura tenemos una vista parcial de un soporte, el cual está bajo el efecto de una fuerza *P*. En la parte inferior derecha tenemos una vista de la sección del soporte en la zona de corte imaginario *A* - *A*. Para dicha sección *A* - *A* ubicada a una distancia *L*.
Determine la distribución del esfuerzo de corte por carga interna de corte.

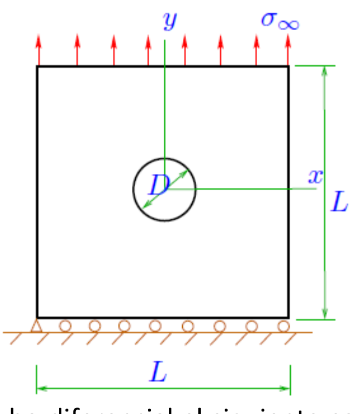


Datos: L = 20 cm; θ = 30°; $P = 10^4$ N; a = 4 cm; b = 2 cm; c = 1 cm; d = 0.8 cm; h = 8 cm.

P4) Responda las siguientes preguntas:

a) (9 puntos) Para el estado de esfuerzos siguiente, τ_{xy} = 100 [MPa], σ_x = 0, σ_y = -150 [MPa]. Dibuje el circulo de Mohr y evalúe la integridad a través de los tres criterios de falla, si el esfuerzo de fluencia es 160 [MPa].

b) (8 puntos) Indique las condiciones de borde para el problema de valor frontera en elasticidad lineal, para la placa 2D con un agujero central y bajo una carga de tracción uniforme σ_∞ mostrado en la siguiente figura.



c) (9 puntos) Dibuje en un cubo diferencial el siguiente estado de esfuerzos: σ_x = 10, σ_y = -5, σ_z = 3, τ_{xy} = 4, τ_{xz} = 0, τ_{yz} = -3. Determine los esfuerzos principales para dicho tensor de esfuerzos.

Formulario:

Torsión: $T = \frac{\theta G J}{L}$ $\quad J = \frac{\pi D^4}{32}$ $\quad \tau = \frac{Tr}{J}$

Flexión:

$\sigma_x = -\frac{M(x)y}{I_z}$ Eje neutro $\bar{y} = \frac{\int_A y' \, dA}{A}$ Momento de inercia $I_z = \int_A y^2 dA$

Propiedades de área: Eje de sección rectangular $I_z = \frac{ab^3}{12}$ a base, b altura

Sección circular $I_z = \frac{\pi D^4}{64}$

Ejes paralelos $\overline{I_z} = I_z + \delta^2 A$

Corte en sección arbitraria: $\tau = \frac{V(x)}{I_z t} \int_y^c \xi \, dA$

Sección rectangular $\tau_{xy} = \frac{V(x)}{2I_z}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$

Energía de deformación:

Tracción o compresión $U_a = \int_0^L \frac{P^2}{2EA} dx$

Flexión $U_f = \int_0^L \frac{M(x)^2}{2EI_z} dx$

Corte (sección rectangular) $U_c = \frac{3}{5}\int_0^L \frac{V(x)^2}{GA} dx$

Torsión $U_t = \int_0^L \frac{T^2}{2GJ} dx$

Esfuerzos principales:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2} \qquad \tau = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}{}^2}$$

Esfuerzo de von Mises

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

Ecuaciones básicas de elasticidad lineal:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + b_i = 0 \qquad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad \tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\,\varepsilon_{kk}$$

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0, \qquad I_1 = \mathrm{tr}\,\underset{\sim}{T},\ I_2 = \tfrac{1}{2}(I_1^2 - \mathrm{tr}(\underset{\sim}{T}^2)),\ I_3 = \det \underset{\sim}{T}$$