

• Energía de Deformación y Teorema de Castigliano

↳ Energía por est. axial: $U_{tr} = \int_0^L \frac{1}{2E} \frac{P^2}{A} dx$

↳ Energía por flexión: $U_{fl} = \int_0^L \frac{1}{2E} \frac{M(x)^2}{I_z} dx$

↳ Energía por torsión: $U_{tor} = \int_0^L \frac{1}{2G} \frac{T^2}{J} dx$

↳ Energía por corte: $U_{cor} = \int_0^L \frac{3}{5GA} V(x)^2 dx$
(Sección rectangular)

Energía de deformación total U_T es la suma de las energías

• Teorema de Castigliano

* Deflexión en el punto i : $\delta_i = \frac{\partial U_T}{\partial F_i}$ (F_i : fzd. aplicada en punto i)

* Ángulo de rotación en i : $\theta_i = \frac{\partial U_T}{\partial C_i}$ (C_i : Momento aplicado en el punto i)

* Si no hay fzd./momento aplicado en el punto de interés, se genera uno virtual, y luego de la derivación (Aplicación del Teorema de Castigliano) se hace igual a cero. δ

Esfuerzos Principales y Criterios de Falla

• Esfuerzos principales

$$\sigma_{n_{\max}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
$$\tau_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$1, 2 = x, y \text{ ó } z$

$$\tan(2\theta_n) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

θ_n : Ángulo para el cual los est. ppales. son máximos

• Criterios de Falla

↳ Factor de Seguridad: $F_{adm} = \frac{F_{\max}(\sigma)}{F.S.(\sigma)}$; F_{adm} : Fuerza máxima que debe aplicarse por seguridad
 $F_{\max}$: Fz máxima que debe aplicarse para que ocurra falla

↳ Criterio del est. normal máximo: $\sigma_{adm} \leq \frac{\sigma_0}{F.S.}$; σ_0 : Límite de Fluencia

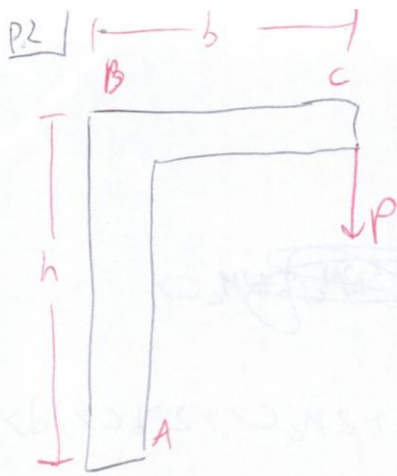
↳ Criterio del est. de corte máximo (Tresca)

$$\tau_{adm} \leq \frac{\tau_0}{F.S.} = \frac{\sigma_0}{2F.S.}$$

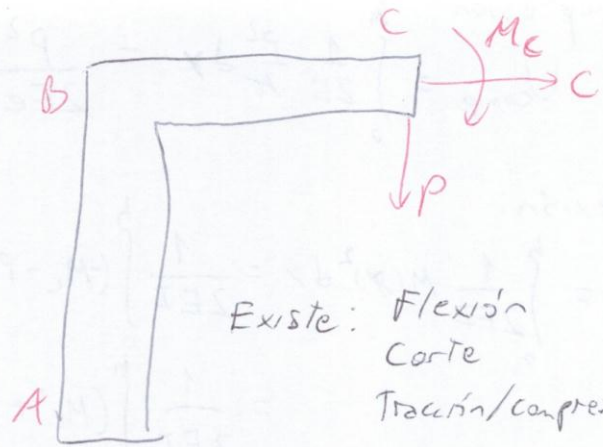
↳ Criterio de Von Mises

$$\sigma_{vm} \leq \frac{\sigma_0}{F.S.} ; \sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

$\uparrow \quad \uparrow$
Est. ppales

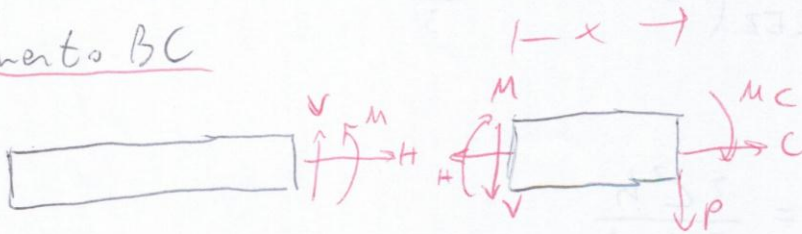


IR
H-1



Existe: Flexión
Corte
Tracción/compresión

• Segmento BC



$$\begin{aligned} H &= C \\ V &= -P \\ M &= -Px - M_C \end{aligned}$$

→ Tracción

$$U_{tr} = \int_0^b \frac{1}{2E} \frac{C^2}{A} dx = \frac{C^2 b}{2EA} = \frac{C^2 b}{2Eed}$$

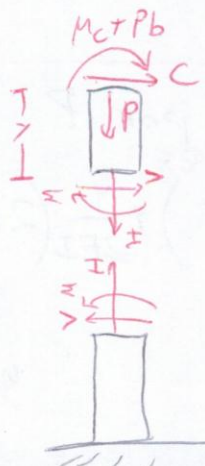
→ Flexión

$$U_A = \int_0^b \frac{M(x)^2}{2EI} dx = \frac{1}{2EI} \int_0^b (-Px - M_C)^2 dx = \frac{1}{2EI} \left[\frac{P^2 b^3}{3} + M_C P b^2 + M_C^2 b \right]$$

→ Corte

$$U_{cor} = \int_0^b \frac{3}{5GA} V(x)^2 dx = \frac{3P^2 b}{5GA} = \frac{3P^2 b}{5Ged}$$

• Segmento AB



$$\begin{aligned} H &= -P \\ V &= -C \\ M &= -M_C - Pb - Cy \end{aligned}$$

→ Compresión

$$U_{\text{comp}} = \int_0^h \frac{1}{2E} \frac{P^2}{A} dx = \frac{P^2 h}{2Eed}$$

→ Flexión:

$$\begin{aligned} U_{\text{fl}} &= \int_0^h \frac{1}{2EI} M(x)^2 dx = \frac{1}{2EI} \int_0^h (-M_c - Pb - Cx)^2 dx \\ &= \frac{1}{2EI} \int_0^h (M_c^2 + P^2 b^2 + C^2 x^2 + 2M_c Pb + 2M_c Cx + 2Pb Cx) dx \\ &= \frac{1}{2EI} \left(M_c^2 h + P^2 b^2 h + \frac{C^2 h^3}{3} + 2M_c Pb h + M_c C h^2 + Pb C h^2 \right) \end{aligned}$$

→ Corte:

$$U_{\text{cor}} = \frac{3}{5GA} \int_0^h V(x)^2 dx = \frac{3C^2 h}{5Ged}$$

• Luego, la energía total de deformación está dada por

$$\begin{aligned} U_T &= U_{\text{tr}} + U_{\text{comp}} + U_{\text{fl}}^{AB} + U_{\text{fl}}^{BC} + U_{\text{cor}}^{AB} + U_{\text{cor}}^{BC} \\ U_T &= \frac{C^2 b}{2Eed} + \frac{P^2 h}{2Eed} + \frac{1}{2EI} \left(\frac{P^2 b^3}{3} + M_c P b^2 + M_c^2 b \right) \\ &\quad + \frac{1}{2EI} \left(M_c^2 h + P^2 b^2 h + \frac{C^2 h^3}{3} + 2M_c P b h + M_c C h^2 + P b C h^2 \right) \\ &\quad + \frac{3P^2 b}{5Ged} + \frac{3C^2 h}{5Ged} \end{aligned}$$

• Deflexión vertical δ_y en C → producida por P

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U_T}{\partial P} \right)_{\substack{M_c=0 \\ C=0}} &= \frac{Ph}{Eed} + \frac{1}{2EI} \left(\frac{2}{3} P b^3 + \cancel{M_c b^2} \right) + \frac{1}{2EI} \left(2P b^2 h + \cancel{2M_c b h} + \cancel{b C h^2} \right) \\ &\quad + \frac{6Pb}{5Ged} \end{aligned}$$

$M_c=0 \quad C=0$

$$= \frac{Ph}{Eed} + \frac{Pb^3}{3EI} + \frac{Pb^2h}{EI} + \frac{6Pb}{5Ged} \quad / \quad I_z = \frac{ed^3}{12}$$

$$\therefore \left(\frac{\partial U_T}{\partial P} \right)_{\substack{M_C=0 \\ C=0}} = \delta_y = \frac{P}{Eed} \left(h + \frac{4b^3}{d^2} + \frac{12b^2h}{d^2} \right) + \frac{6Pb}{5Ged}$$

$$\boxed{\therefore \delta_y = \frac{4P}{Eed} \left(\frac{h}{4} + \frac{b^3 + 3b^2h}{d^2} \right) + \frac{6}{5} \frac{Pb}{Ged}}$$

• Deflexión horizontal δ_x en C $\rightarrow$ Producida por C

$$\left(\frac{\partial U_T}{\partial C} \right)_{\substack{M_C=0 \\ C=0}} = \frac{Cb}{Eed} + \frac{Ch^3}{3EI} + \frac{M_C h^2}{2EI} + \frac{Pbh^2}{2EI} + \frac{6Ch}{5Ged}$$

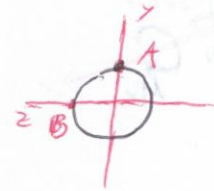
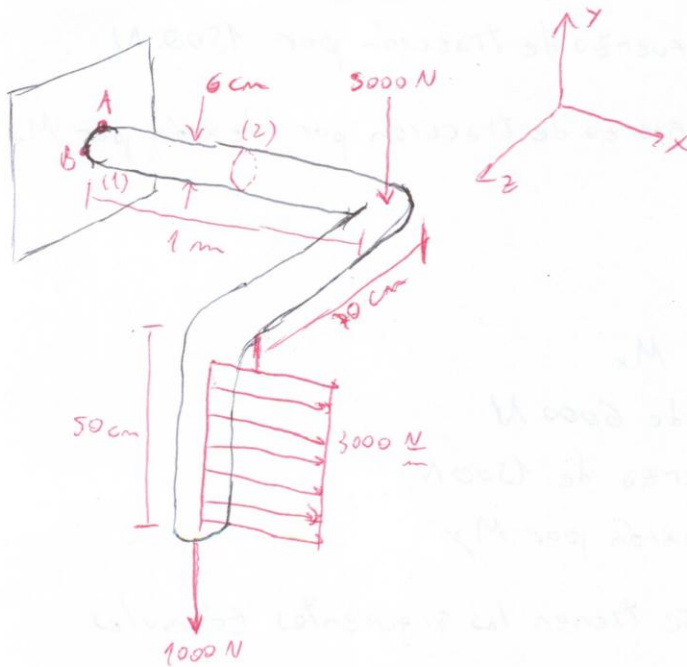
$$\boxed{\therefore \delta_x = \frac{6Pbh^2}{Eed^3}}$$

• ~~Deflexión~~ Ángulo de rotación en C $\rightarrow$ Producido por M_C

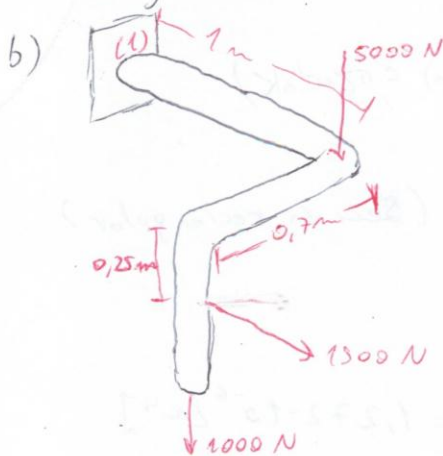
$$\left(\frac{\partial U_T}{\partial M_C} \right)_{\substack{M_C=0 \\ C=0}} = \frac{Pb^2}{2EI} + \frac{M_C b}{EI} + \frac{M_C h}{EI} + \frac{Pbh}{EI} + \frac{Ch}{2EI}$$

$$\Rightarrow \theta_C = \frac{Pb^2}{2EI} + \frac{Pbh}{EI} \Rightarrow \boxed{\theta_C = \frac{6Pb}{Eed^3} (b + 2h)}$$

P11



a) Para analizar el estado de esfuerzos en (1) y (2), es necesario mover las fuerzas a las zonas descritas. Al mover las f.tas. a (1), se generan momentos flexores y de torsión más fuertes que en (2), debido a que el "brazo" de las fuerzas es más grande. Por lo tanto, los esfuerzos serán más grandes en (1) que en (2)



* Trasladar la fuerza de 5000 N genera un momento en z de $(-5000 \cdot 1) = -5000 \text{ N}\cdot\text{m}$

* Trasladar la fuerza de 1000 N genera un momento en x de $(1000 \cdot 0,7) = 700 \text{ N}\cdot\text{m}$ y un momento en z de $(-1000 \cdot 1) = -1000 \text{ N}\cdot\text{m}$

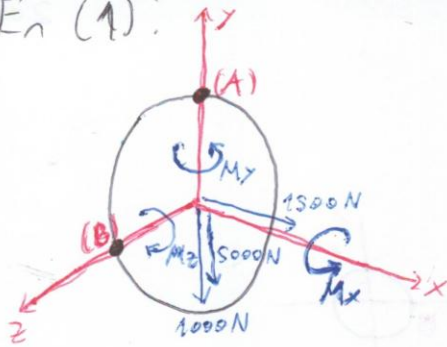
* Trasladar la fuerza de 1500 N genera un momento en z de $(1500 \cdot 0,25) = 375 \text{ N}\cdot\text{m}$ y un momento en y de $(1500 \cdot 0,7) = 1050 \text{ N}\cdot\text{m}$

* Sumando todos los momentos en cada eje, se tiene:

$$M_x = 700 \text{ N}\cdot\text{m} / M_y = 1050 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_z = -5000 - 1000 + 375 = -5625 \text{ N}\cdot\text{m}$$

En (1):



• Esfuerzos en (A)

↳ Esfuerzo de corte por torsión por M_x

↳ Esfuerzo de tracción por 1500 N

↳ Esfuerzo de tracción por flexión por M_z

• Esfuerzos en (B)

↳ Esfuerzo de corte por torsión por M_x

↳ Esfuerzo de corte por fuerza de 6000 N

↳ Esfuerzo de tracción por fuerza de 1500 N

↳ Esfuerzo de tracción por flexión por M_y

c) Para calcular los esfuerzos se tienen las siguientes fórmulas

↳ Tracción por fuerza axial: $\sigma = \frac{F}{A}$

↳ Tracción por momento flector: $\sigma = -\frac{M}{I} y$

↳ Corte por fuerza de corte: $\tau = \frac{V}{I \cdot t} \int_0^y \xi dA$

↳ Corte por torsión: $\tau = \frac{T r}{J}$ (Sección circular)

$\tau = \frac{T}{k_1 a b^2}$ $b \leq a$ (Sección rectangular)

* Propiedades de áreas:

↳ $A = \frac{\pi d^2}{4} = 2,827 \cdot 10^{-3} [m^2]$

↳ $I = \frac{\pi d^4}{64} = 6,362 \cdot 10^{-7} [m^4]$

↳ $J = \frac{\pi d^4}{32} = 1,272 \cdot 10^{-6} [m^4]$

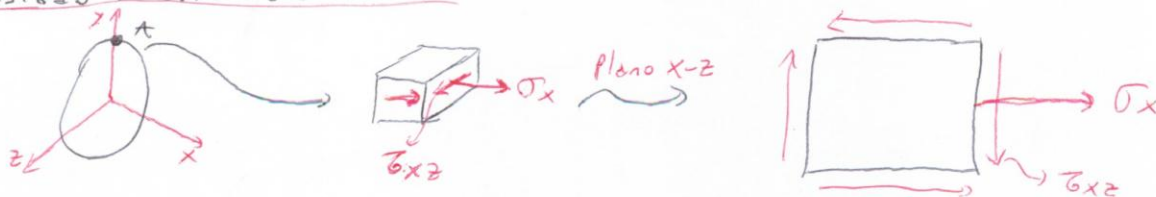
• Punto (A):

↳ Torsión de $700 \text{ Nm} \rightarrow \tau_{xz} = \frac{T \cdot (\frac{d}{2})}{J} = \frac{700 [\text{Nm}] \cdot 0,03 [\text{m}]}{1,272 \cdot 10^{-6} [\text{m}^4]} = 16,505 [\text{MPa}]$

↳ Tracción de $1500 \text{ N} \rightarrow \sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{1500 [\text{N}]}{2,827 \cdot 10^{-3} [\text{m}^2]} = 0,531 [\text{MPa}]$

↳ Tracción por flexión $\rightarrow \sigma_x = -\frac{M}{I} y = \frac{5625 [\text{Nm}] \cdot (0,03 \text{ m})}{6,362 \cdot 10^{-7} [\text{m}^4]} = 265,247 [\text{MPa}]$
de -5625 Nm

* Estado de esfuerzos en (A)



$$\sigma_x = 265,747 [\text{MPa}]$$

$$\tau_{xz} = 16,505 [\text{MPa}]$$

• Punto (B):

↳ Torsión de $700 \text{ Nm} \rightarrow \tau_{xy} = 16,505 [\text{MPa}]$

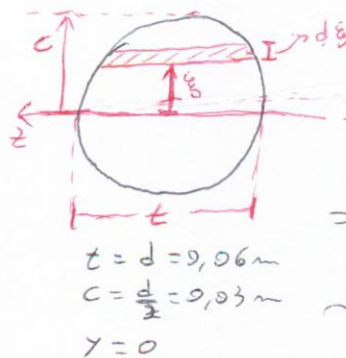
↳ Tracción de $1500 \text{ N} \rightarrow \sigma_x = 0,531 [\text{MPa}]$

↳ Tracción por flexión $\rightarrow \sigma_x = \frac{1050 \text{ Nm} \cdot 0,03 \text{ m}}{6,362 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4} = 49,513 [\text{MPa}]$
de 1050 Nm

↳ Corte por 6000 N

$$\tau_{xy} = \frac{V}{It} \int \xi dA$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \int \xi dA &= \int_0^{d/2} 2 \sqrt{\frac{d^2}{4} - \xi^2} \xi d\xi \\ &= \frac{2}{3} \left(\frac{d^2}{4} \right)^{3/2} = \frac{d^3}{12} \end{aligned}$$



$$dA = 2 \xi d\xi$$

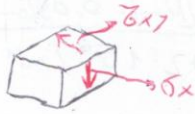
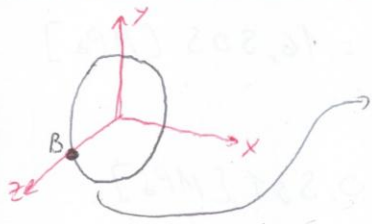
$$\xi^2 + z^2 = \frac{d^2}{4}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{\frac{d^2}{4} - \xi^2}$$

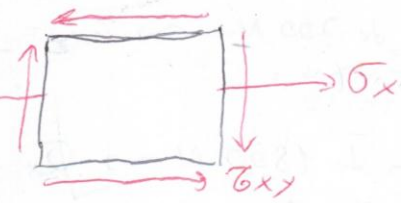
$$\rightarrow dA = 2 \sqrt{\frac{d^2}{4} - \xi^2} d\xi$$

$$\Rightarrow \tau_{xy} = \frac{-6000 \text{ N}}{6,362 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4 \cdot 0,06 \text{ m}} \cdot \frac{(0,06)^3 \text{ m}^3}{12} \rightarrow \tau_{xy} = 2,829 [\text{MPa}]$$

* Estado de esfuerzos en (B)



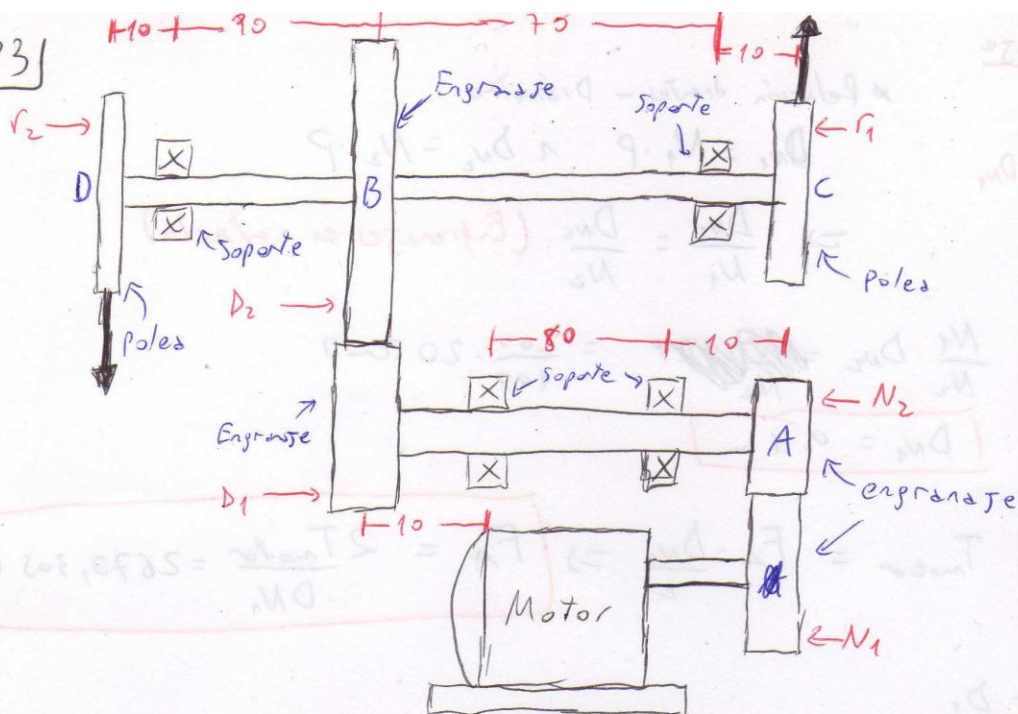
Plano x-y



$$\sigma_x = 50,213 \text{ [MPa]}$$

$$\tau_{xy} = 19,334 \text{ [MPa]}$$

P31



* $1 \text{ kgf} = 2,2046 \text{ lbf}$; $1 \text{ psi} = 1 \text{ lbf/in}^2$; $1 \text{ HP} = 745,69 \text{ W}$; $1 \text{ rpm} = \frac{2\pi}{60} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 $1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$

* Requerimos calcular todas las fzas y momentos del sistema para determinar qué punto es el más sometido a esfuerzos (para eso pto a), b) y c))

* No exista fzas distribuidas, por lo que el lugar con mayor estado de esfuerzos será el que tenga momento interno $M(x)$ mayor! (Punto c))

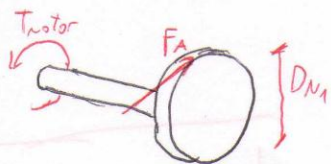
* Fíjese a las coordenadas! Habrá momento en varias direcciones y fzas en varias direcciones!!

a). Potencia se conserva $\rightarrow P_{\text{motor}} = P_c + P_D \Rightarrow P_c = P_{\text{motor}} - P_D = 35 \text{ HP}$

- Torque motor : $P = \omega \cdot T \rightarrow T_{\text{motor}} = \frac{P_{\text{motor}}}{\omega_{\text{motor}}} = \frac{75 \text{ HP} \cdot 745,69 \text{ W}}{1 \text{ HP} \cdot 1000 \text{ rpm} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{1}{5} \frac{\text{rad}}{\text{rpm}}}$

$\therefore T_{\text{motor}} = 534,061 \text{ [N.m]}$

DCL Motor - Engranaje



* Relación dientes - Diámetro

$$D_{N1} = N_1 \cdot P \quad \text{y} \quad D_{N2} = N_2 \cdot P$$

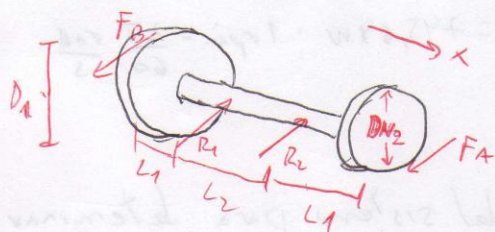
$$\Rightarrow \frac{D_{N1}}{N_1} = \frac{D_{N2}}{N_2} \quad (\text{Engranaje en contacto})$$

$$\therefore D_{N1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot D_{N2} = \frac{200}{100} \cdot 20 \text{ [cm]}$$

$$D_{N1} = 0,4 \text{ m}$$

$$\sum T_x = 0 \Rightarrow T_{\text{motor}} = F_A \cdot \frac{D_{N1}}{2} \Rightarrow F_A = \frac{2 T_{\text{motor}}}{D_{N1}} = 2670,305 \text{ N}$$

DCL Engranaje A - D1



$$* \text{Torque } T_A = F_A \cdot \frac{D_{N2}}{2} = 267,031 \text{ [N.m]}$$

R_1, R_2 no hacen torque en $x \Rightarrow$ Están aplicados en el centro del eje!

$$* \text{Cálculo } F_B \rightarrow \sum T_x = 0 \Rightarrow F_B \cdot \frac{D_1}{2} = F_A \cdot \frac{D_{N2}}{2} + T_A$$

$$\therefore F_B = \frac{2 T_A}{D_1} = 5340,62 \text{ [N]}$$

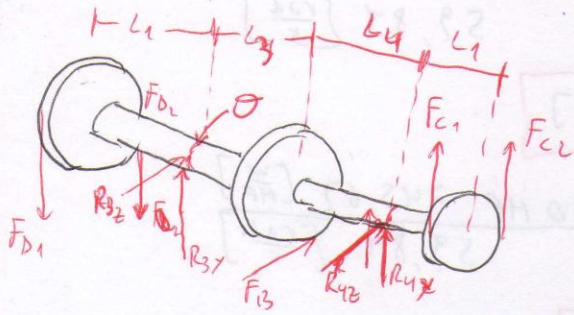
* Equilibrio eje A-D1 (Paralelos R_1 y R_2)

$$\bullet \sum_{R_1} M_x = 0 \Rightarrow F_B \cdot L_1 + R_2 \cdot L_2 + F_A (L_1 + L_2) = 0$$

$$\therefore R_2 = F_A \frac{(L_1 + L_2)}{L_2} - F_B \cdot \frac{L_1}{L_2} = 2336,516 \text{ [N]}$$

$$\bullet \sum F_z = 0 \Rightarrow R_2 = F_A + F_B - R_1 = 5674,409 \text{ [N]}$$

• BCL eje DBC



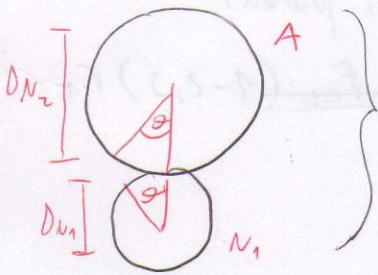
* Las poleas ejercen fuerzas tangenciales en la dirección y ($F_{D1}, F_{D2}, F_{C1}, F_{C2}$)

* Producto de esto y las fzas. de contacto, se producen reacciones en los soportes ~~en~~ en x y z respectivamente ($R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y}$)

* Podemos utilizar las potencias en C y D para encontrar los torques, pero necesitamos las velocidades angulares de los ejes:

↳ Eje motor - $N_1 \rightarrow \omega_{motor}$

↳ Eje A - $D_1 \rightarrow$ Relación de ejes (Ecuivalente a relación de vel. angulares)



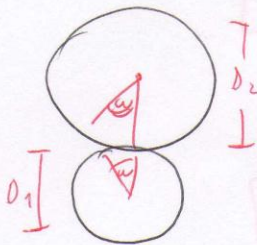
$$D_{N1} \cdot \omega_{N1} = D_{N2} \cdot \omega_{N2}$$

$$D_{N1} \cdot \omega_{motor} = D_{N2} \cdot \omega_{N2} \Rightarrow \omega_{N2} = \frac{D_{N1}}{D_{N2}} \cdot \omega_{motor}$$

$$\therefore \omega_{N2} = 209,44 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

* El eje completo siempre a $\omega_{N2} \Rightarrow \omega_{D1} = 209,44 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$

↳ Eje DBC



$$D_2 \cdot \omega_2 = D_1 \cdot \omega_{N2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{D_1}{D_2} \omega_{N2}$$

$$\therefore \omega_2 = 59,84 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

* Como todo el eje se mueve a $\omega_2 \Rightarrow \omega_C = \omega_D = 59,84 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$

* Calculando los torques en cada engranaje

$$P_c = \omega_c T_c \Rightarrow T_c = \frac{P_c}{\omega_c} = \frac{35 \text{ HP} \cdot 745,69 \left[\frac{\text{W}}{\text{HP}} \right]}{59,84 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]}$$

$$T_c = 436,149 \text{ [N.m]}$$

$$P_D = \omega_D \cdot T_D = T_D = \frac{P_D}{\omega_D} = \frac{40 \text{ HP} \cdot 745,69 \left[\frac{\text{W}}{\text{HP}} \right]}{59,84 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]}$$

$$T_D = 498,456 \text{ [N.m]}$$

b) * Nos dicen que la relación de tensión en las poleas es $\frac{t_1}{t_2} = 2,5$. Es decir:

$$\frac{F_{c1}}{F_{c2}} = 2,5 \quad \wedge \quad \frac{F_{D1}}{F_{D2}} = 2,5$$

* Ahora podemos calcular las fcs. de contacto en las poleas

$$T_c = (F_{c2} - F_{c1}) \cdot r_1 = (F_{c2} - 2,5 F_{c2}) r_1 = F_{c2} (1 - 2,5) r_1$$

$$\therefore F_{c2} = \frac{T_c}{-1,5 r_1}$$

$$c) \quad T_c = (F_{c1} - F_{c2}) \cdot r_1 = F_{c2} (2,5 - 1) \cdot r_1$$

$$\therefore F_{c2} = \frac{T_c}{1,5 r_1} = 2907,66 \text{ [N]}$$

$$F_{c1} = 2,5 F_{c2} = 7269,15 \text{ [N]}$$

$$D) \quad T_D = (F_{D1} - F_{D2}) \cdot r_2 = F_{D2} (1 - 2,5) r_2$$

$$\therefore F_{D2} = \frac{T_D}{-1,5 r_2} = 2215,36 \text{ [N]}$$

$$F_{D1} = 2,5 F_{D2} = 5538,4 \text{ [N]}$$

* Calculando las fuerzas de conexión

$$\sum \mathcal{M}_z = 0 \Rightarrow (F_{D1} + F_{D2})L_1 + \underline{R_{4y}}(L_3 + L_4) + (F_{C1} + F_{C2})(L_3 + L_4 + L_1) = 0$$

$$\therefore R_{4y} = \frac{-[(F_{D1} + F_{D2})L_1 + (F_{C1} + F_{C2})(L_1 + L_3 + L_4)]}{(L_3 + L_4)}$$

$$\boxed{R_{4y} = -11297,5 \text{ [N]}}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -(F_{D1} + F_{D2}) + (F_{C1} + F_{C2}) + R_{3y} + R_{4y} = 0$$

$$\therefore R_{3y} = (F_{D1} + F_{D2}) - (F_{C1} + F_{C2} + R_{4y})$$

$$\boxed{R_{3y} = 8874,45 \text{ [N]}}$$

$$\sum \mathcal{M}_y = 0 \Rightarrow \cancel{R_{3z}} L_3 + F_B \cdot L_3 + R_{4z}(L_3 + L_4) = 0$$

$$\boxed{R_{4z} = \frac{-F_B L_3}{L_3 + L_4} = -3004,09 \text{ [N]}}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -R_{3z} - F_B - R_{4z} = 0$$

$$\therefore R_{3z} = -(F_B + R_{4z}) = -2366,53 \text{ [N]}$$

* Las tensiones en los engranajes A y B ya fueron calculadas

$$X(1,07 + 1,07) - (1,07 - X) \cdot 1,07 = (X) \cdot 1,07$$

$$(1,07 - X) \cdot 1,07 = (X) \cdot 1,07$$

$$(1,07 + 1,07) - 2,14 = 2X$$

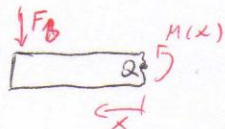
$$2,14 - 2,14 = 2X$$



c) Realizamos corte interno en ambos ejes para determinar tanto $M_y(x)$ como $M_z(x)$

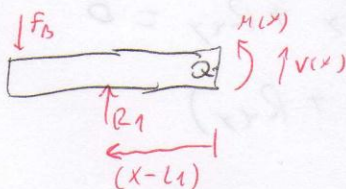
• Eje A-D₁: Sólo $M_y(x)$

1-) $0 < x < 10 \text{ cm}$



$$\Rightarrow M(x) = -F_B \cdot x \quad V(x) = F_B$$

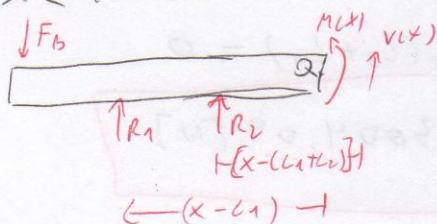
2-) $10 < x < 90 \text{ cm}$



$$M(x) = R_1(x - 10) - F_B \cdot x$$

$$V(x) = \cancel{R_1} R_1 - F_B$$

3-) $90 < x < 100 \text{ cm}$

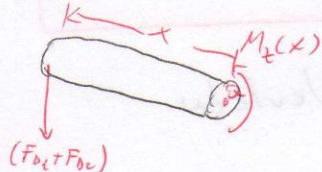


$$M(x) = R_1(x - 10) + R_2(x - (10 + 80)) - F_B \cdot x$$

$$V(x) = R_1 + R_2 - F_B$$

• Eje DBC: Existe $M_y(x)$ y $M_z(x)$

1-) $0 < x < 10 \text{ cm}$



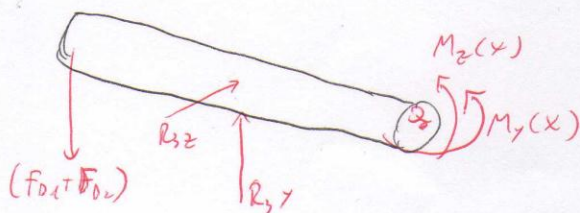
$$M_z(x) = -(F_{B1} + F_{B2}) \cdot x$$

$$V_z(x) = F_{B1} + F_{B2}$$

$$M_y(x) = 0$$

$$V_y = 0$$

2-) $10 < x < 100 \text{ cm}$



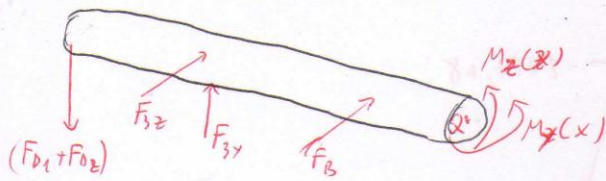
$$M_z(x) = R_{3y} \cdot (x - 10) - (F_{B1} + F_{B2}) \cdot x$$

$$M_y(x) = R_{3z} \cdot (x - 10)$$

$$V_z = R_{3y} - (F_{B1} + F_{B2})$$

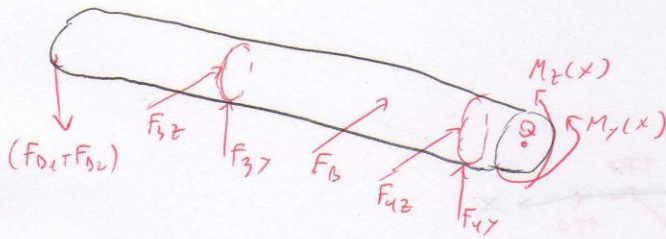
$$V_y = -R_{3z}$$

3-) $100 < x < 170 \text{ cm}$



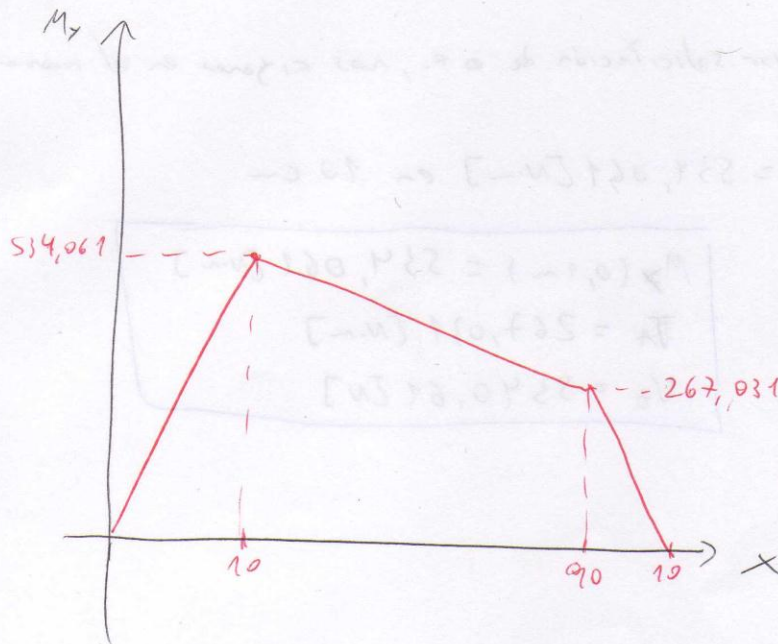
$$\begin{aligned} M_z(x) &= F_{3y}(x-L_1) - (F_{D1} + F_{D2})x \\ M_y(x) &= F_{3z}(x-L_1) + F_B(x-L_1-L_3) \\ V_z &= -(F_{3z} + F_B) \\ V_y &= (F_{D1} + F_{D2}) - F_{3y} \end{aligned}$$

4-) $170 < x < 180$

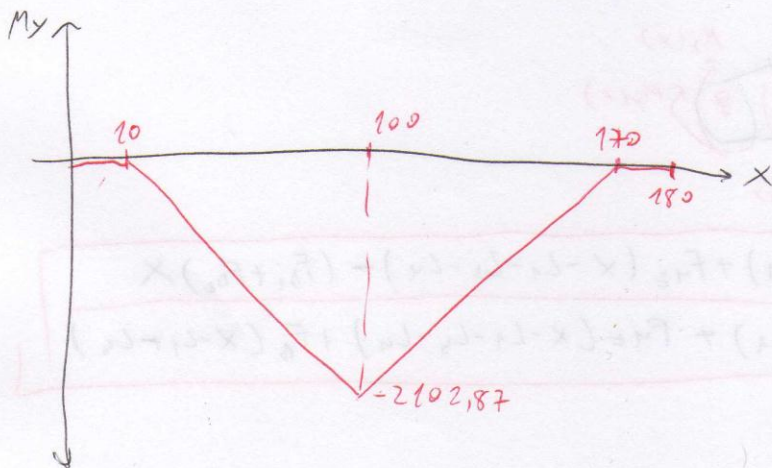
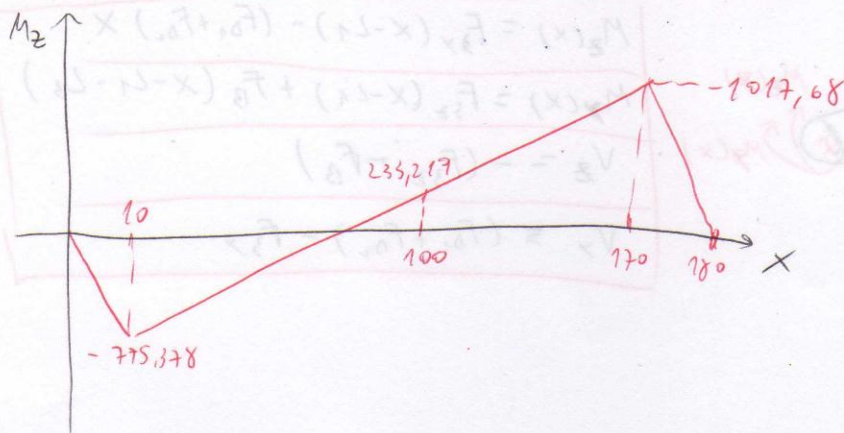


$$\begin{aligned} M_z(x) &= F_{3y}(x-L_1) + F_{4z}(x-L_1-L_3-L_4) - (F_{D1} + F_{D2})x \\ M_y(x) &= F_{3z}(x-L_1) + F_{4y}(x-L_1-L_3-L_4) + F_B(x-L_1-L_3) \end{aligned}$$

• Para la viga A-B:



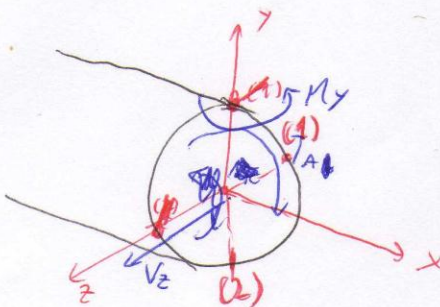
• Para el eje DBC



d) En el eje A-D1,

Para escoger el punto con mayor sollicitación de e.f., nos fijamos en el momento máximo:

i) En el eje A-D1 : $M_{max} = 534,061 [N.m]$ en 10 cm



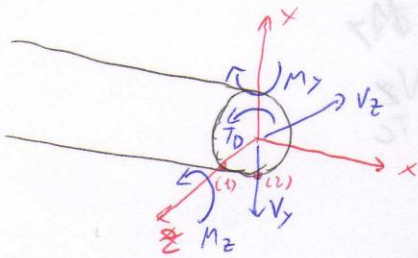
$$M_z(0,1m) = 534,061 [N.m]$$

$$T_A = 267,031 [N.m]$$

$$V_z = 5340,61 [N]$$

ii) En el eje BDC: Dos puntos de máximo $\rightarrow X = 100 \text{ cm } (M_y \text{ max})$
 $X = 170 \text{ cm } (M_z \text{ max})$

• $X = 100 \text{ cm}$



$$M_z = 233,219 \text{ [N.m]}$$

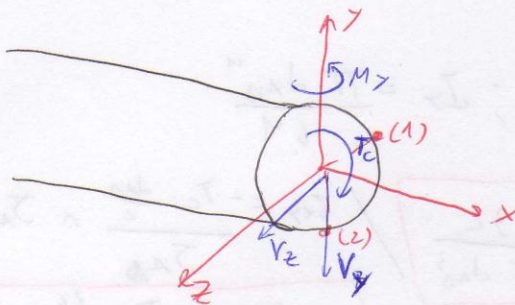
$$M_y = 2102,87 \text{ [N.m]}$$

$$V_y = 1120,66 \text{ [N]}$$

$$V_z = 2336,52 \text{ [N]}$$

$$T_D = 498,457 \text{ [N.m]}$$

• $X = 170 \text{ cm}$



$$T_c = 436,15 \text{ [N.m]}$$

$$M_y = 1017,68 \text{ [N.m]}$$

$$V_y = 1120,66 \text{ [N]}$$

$$V_z = 3004,09 \text{ [N]}$$

e) Enumerando las est. que actúan sobre los ejes en los pto (1) y (2) indicados

i) Eje A-D1:

$\hookrightarrow (1) \rightarrow$ Est. de corte τ_{xz} por torsión T_A

$\hookrightarrow$ Est. ~~de corte~~ axial σ_x por momento M_z

$\hookrightarrow$ No hay est. de corte τ_{xy} por corte puro V_z

$\hookrightarrow (2) \rightarrow$ Est. de corte τ_{xz} por torsión T_A

$\hookrightarrow$ Est. de corte por rza de corte V_z (τ_{xz})

$\hookrightarrow$ No hay est. axial por flexión

ii) Eje BDC:

$X = 100 \text{ cm} \rightarrow (1) :$

- Est. de corte ~~por torsión~~ τ_{xy} por torsión T_D
- Est. de corte τ_{xz} por rza de corte V_z
- Est. normal σ_x por flexión M_y

→ (2): Est. de corte τ_{xz} por torsión T_D

Est. axial σ_x por flexión M_z

Est. de corte τ_{xz} por corte V_z

$x = 179 \text{ cm}$ → (1): Est. normal σ_x por flexión M_y

Est. de corte τ_{xy} por corte V_x

Est. de corte τ_{xy} por Torsión T_C

→ (2):

→ (2): Est. de corte por torsión τ_{xz}

Est. de corte τ_{xz} por corte V_z

• Cálculo de est.:

i) Eje A-D:

Pto (1): $\sigma_x = -\frac{M_y \cdot \frac{d_{AB}}{2}}{I_y}$; $I_y = \frac{\pi \cdot d_{AB}^4}{64}$

$\therefore \sigma_x = -M_y \cdot \frac{32}{\pi \cdot d_{AB}^3}$ / $\tau_{xy} = -\frac{T_C \cdot \frac{d_{AB}}{2}}{J_{AB}}$ $\wedge J_{AB} = \frac{\pi d_{AB}^4}{32}$

$\therefore \tau_{xy} = -T_C \cdot \frac{16}{\pi d_{AB}^3}$

Pto (2). Sólo est. de corte, los cuales son muy pequeños en comparación con est. axiales $\Rightarrow$ No se consideran en el análisis

ii) Eje DBC:

• Parte DB

Pto (1): $\sigma_x = -M_y \cdot \frac{32}{\pi d_{DB}^3}$; $\tau_{xy}(T_D) = -\frac{T_D \cdot 16}{\pi \cdot d_{DB}^3}$

$\tau_{xy}(V_y) = \frac{-V_y}{I_{DB} t} \int_0^t dA = \frac{-V_y}{\frac{\pi d_{DB}^4}{64} \cdot d_{DB}} \cdot \frac{2}{3} \frac{d_{DB}^3}{8}$

$\therefore \tau_{xy}(V_y) = -\frac{16}{3\pi} \frac{V_y}{d_{DB}^2}$

$$Pto(2): \sigma_x = M_z \cdot \frac{32}{\pi d_{DA}^3} ; \tau_{xz}(T_D) = -T_D \frac{16}{\pi d_{DA}^3} ; \tau_{xz}(V_z) = -\frac{16}{3\pi} \frac{V_z}{d_{DA}^2}$$

• Parte BC

$$Pto(1): \sigma_x = M_y \cdot \frac{32}{\pi d_{BC}^3} ; \tau_{xy} = -T_c \cdot \frac{16}{\pi d_{BC}^3} ; \tau_{xy} = -\frac{16}{3\pi} \frac{V_y}{d_{BC}^2}$$

Pto(2): No se considera ($\sigma_x = 0$)

f)