

Auxiliar 4

Máquinas de Turing, modelos equivalentes y decidibilidad

Auxiliar: Sebastián Pérez S.

P1) Para los siguientes lenguajes construya una máquina de Turing que los decida

- a) $L_1 = \{\langle \alpha, \beta \rangle : \alpha = \beta\}$
- b) $L_2 = \{\omega \in \{0, 1\}^* : |\omega|_0 = |\omega|_1\}$
- c) $L_3 = \{a^i b^j c^k \in \{a, b, c\}^* : i \times j = k\}$

P2) Muestre que los lenguajes Turing-reconocibles son cerrados para unión, intersección, concatenación y estrella.

P3) Un autómata apilador con k -pilas, de ahora en adelante AA- k , es igual a un autómata apilador pero que tiene acceso a exactamente k pilas. Más específicamente, un AA- k es una 6 tupla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ donde Q, Σ, Γ, q_0 y F tienen el mismo significado que en un AA común y la función de transición es

$$\delta : Q \times \Sigma_\varepsilon \times \underbrace{\Gamma_\varepsilon \times \cdots \times \Gamma_\varepsilon}_{k\text{-veces}} \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \underbrace{\Gamma_\varepsilon \times \cdots \times \Gamma_\varepsilon}_{k\text{-veces}}).$$

Por ejemplo un AA-0 es un AFN $_\varepsilon$ y un AA-1 es un AA común.

- a) Pruebe que un AA-2 es más poderoso computacionalmente que un AA-1.
 - b) Pruebe que un AA-3 no es más poderoso computacionalmente que un AA-2. ¿Qué puede concluir de AA- k para $k \geq 2$?
- P4) Un *enumerador* E es una máquina de Turing que tiene acceso a una impresora. Tras realizar algún computo en la cinta de trabajo, el enumerador es capaz de imprimir una palabra en la impresora y sin necesariamente parar puede repetir el mismo proceso. El enumerador parte con la cinta vacía, es decir, cualquier entrada la ignora y realiza su trabajo. Si el enumerador nunca se detiene, entonces puede imprimir infinitas palabras en la impresora. El lenguaje generado por E son aquellas palabras que eventualmente son impresas por E . Note que E puede generar las palabras de su lenguaje en cualquier orden y con posibles repeticiones.
- a) De una descripción formal de un enumerador y el lenguaje generado por este.
 - b) Pruebe que un lenguaje es Turing-reconocible ssi existe un enumerador que lo genera.
 - c) Pruebe que un lenguaje es decidable ssi existe un enumerador que lo genera y el enumerador imprime las palabras en orden lexicográfico.
- P5) Muestre que los siguientes lenguajes son decidibles
- a) Cualquier LLC.
 - b) $F = \{\langle A \rangle : A \text{ es AFD que no acepta palabras con número impar de 1's}\}$
 - c) $\text{INF}_{AF} = \{\langle A \rangle : A \text{ es un autómata finito y } L(A) \text{ es infinito}\}$
- P6) Muestre que B es Turing-reconocible ssi existe C decidable tal que $B = \{x : \exists y \text{ tal que } \langle x, y \rangle \in C\}$.